

Роль экстерналий в формировании равновесного уровня коррупции в производстве

A.B. Савватеев

Научный доклад №2К/04

Проект (№ 98–063) реализован при поддержке
Российской программы экономических исследований

Доклад публикуется в рамках направления
Предприятия и рынки товаров

Мнение автора может не совпадать с точкой зрения РПЭИ

© Российская программа экономических исследований 2000
© А.В. Савватеев 2000

Классификация JEL: C72, D21, D62, D73

САВВАТЕЕВ А.В. Роль экстерналий в формировании равновесного уровня коррупции в производстве. — М.: РПЭИ, 2000. — 57 с.

Представлена и изучена модель коррупции в производстве, нацеленная на исследование проблемы выбора оптимальной схемы ее подавления в рамках заданной структуры производственных отношений и бюджета, выделяемого на борьбу с коррупцией. Исследованы устойчивые коррупционные равновесия, механизм принятия решения агентами-коррупционерами. Получен ряд выводов, основной из которых состоит в том, что в ответ на снижение роли среднего уровня в функции издержек от коррупции растет дифференциация выборов различных агентов относительно степени вовлеченности в коррупцию. Такая мера приводит зачастую к росту среднего уровня коррупции в системе, и ее реализация в жизни нежелательна. Напротив, приданье среднему уровню большего веса в функции издержек приводит, как правило, к частичному подавлению коррупционных отношений.

Для специалистов в области математической экономики.

Благодарности. Автор выражает глубокую благодарность профессору Ричарду Эриксону за неустранное внимание и ценнейшие указания в процессе работы над проектом, а также многим другим (см. раздел «Благодарности»).

Ключевые слова: коррупция, экстерналии, издержки от коррупции, схемы наказания, полезность, бюджет, незаконный ресурс, коррупционные равновесия, выбор агента, функция реакции.

Савватеев Алексей Владимирович
Центральный экономико-математический институт РАН
117418 Москва, Нахимовский просп., 47
Тел.: (7 095) 167-32-33, 332-46-06
Факс: (7 095) 129-3722
E-mail: lescha@savva.mccme.ru

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И ВЫВОДЫ	4
1. ВВЕДЕНИЕ	6
1.1. О коррупции в современном мире	6
1.2. Факторы коррупции	7
1.3. Фундаментальный фактор	8
1.4. Социетальный фактор	11
2. БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ КОРРУПЦИОННЫХ ОТНОШЕНИЙ В ПРОИЗВОДСТВЕ	13
2.1. Формулировка модели	13
2.2. Роль общественного блага	18
2.3. Равновесный анализ	20
3. ИССЛЕДОВАНИЕ РОЛИ ЭКСТЕРНАЛИЙ	28
3.1. Различные схемы наказания	28
3.2. Поведение в нуле: Два класса семейств	31
3.3. Сравнительный анализ случая непрерывности в нуле	34
3.4. Сравнительный анализ при наличии скачка	40
4. РЕЗЮМЕ. ВЫВОДЫ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ	44
5. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И МЕСТО НАСТОЯЩЕГО ИССЛЕДОВАНИЯ	46
5.1. Присвоение ренты. Коррупция с позиций несовершенства среды	46
5.2. Коррупция с позиций социетального подхода	49
5.3. Преступление и наказание, налогоуклонение	50
ПРИЛОЖЕНИЕ	51
A. Доказательство теоремы 1	51
B. Доказательство теоремы 5	53
БЛАГОДАРНОСТИ	55
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	56

ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И ВЫВОДЫ

Настоящая работа посвящена анализу коррупционных отношений в производстве. Ставятся задачи адекватного описания такого рода отношений, а также влияния, оказываемого различными антикоррупционными мерами на уровень коррупции, который формируется в экономике. При этом особый интерес представляет вопрос эффективности применения такой меры, как перераспределение ресурсов, отведенных на борьбу с коррупцией в соответствии с теми или иными соображениями: от более коррумпированных агентов к менее коррумпированным либо наоборот.

В целях получения конкретных выводов, в работе строится и изучается соответствующая модель. Ее основными предпосылками являются:

- достаточно большое (возможно, бесконечное) число агентов-бюрократов;
- монопольная позиция любого из агентов-бюрократов в отношении оказания нелегальных услуг некоторому числу фирм;
- неограниченно и непрерывно варьирующийся масштаб оказания нелегальной услуги (который интерпретируется как *степень вовлеченности в коррупцию* соответствующего агента);
- наличие «карательного органа» в системе, целью которого является снижение, насколько это возможно, среднего уровня коррумпированности агентов; при этом карательный орган располагает определенным бюджетом и волен имплементировать ту или иную схему наказания агентов-бюрократов среди некоторого подкласса таких схем.

Построенная модель подвергается систематическому анализу, включая вопросы существования и единственности равновесий, зон притяжения устойчивых равновесий и исследованию возмущенного поведения системы вокруг устойчивого коррупционного равновесия. Исследуются два принципиально различных случая: когда функция издержек агентов от коррупции несет фиксированную составляющую (т.е. разрывна в нуле) и когда, напротив, она непрерывна на всей неотрицательной полуоси. Во второй части работы исследуется конкретный вид сравнительной статики, соответствующий выбору схемы наказания, которая в большей или меньшей степени учитывает отклонение уровня коррупции данного агента от среднего значения коррумпированности.

В процессе исследования выясняется следующее.

- В стандартной ситуации модель допускает два устойчивых равновесия: бескоррупционное и с (достаточно) высоким уровнем коррупции. Оба равновесия имеют невырожденные зоны притяжения.
- Поведение системы вокруг устойчивого коррупционного равновесия обнаруживает эффект аккумуляции, т.е. в ответ на смену параметров долгосрочный эффект превосходит краткосрочный (совпадая с последним по знаку) и направлению).
- При ослаблении зависимости функции издержек от аргумента, связанного с относительным отклонением от среднего уровня коррупции, необходимо различать два упомянутых выше случая:
 - (1) в случае непрерывности функции издержек от коррупции растет дифференциация выборов различных агентов и, вероятно, средний уровень коррумпированности (в работе приводятся два класса достаточных для этого условий);
 - (2) в случае наличия скачка в нуле у функции издержек все агенты, вовлеченные в коррумпированные отношения, повышают свою степень вовлеченности (либо вовсе отказываются от коррупции); при этом растет дифференциация в выборах агентов или средний уровень коррупции в системе (возможно, и то, и другое одновременно).

Основной вывод настоящей работы заключается в том, что снижение роли экстерналий (внешних эффектов) между агентами-бюрократами, проявляющееся в меньшей зависимости от фактора отклонения индивидуального выбора от среднего, приводит, как правило, к росту среднего уровня коррупции и, следовательно, является нежелательным. Эффектом служит зачастую и рост дифференциации в степени коррумпированности различных агентов.

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. О коррупции в современном мире

Проблему коррупции без преувеличения можно назвать одной из основных в сегодняшнем мире. Многие страны (например, Заир, Кения, Нигерия, другие африканские страны и, возможно, Индия, Индонезия (Shleifer, Vishny, 1993) имеют столь высокий уровень коррупции, что урон от нее сопоставим с ВВП; см. также работы (Сатаров, Левин, Цирик, 1998; Bardhan, 1997). Большинство народов Африки, Латинской Америки и Восточной Азии находится за чертой бедности, и многие ученые сходятся во мнении, что тотальное распространение в этих странах коррупции является одной из важнейших тому причин (см. (Shleifer, Vishny, 1993; Сатаров, Левин, Цирик, 1998; Rose-Ackerman, 1975, 1978) и ряд других исследований). В последние годы к когорте стран, парализованных коррупцией, присоединились некоторые страны переходной экономики, и в первую очередь Россия. Согласно выводам Сатарова, Левина, Цирик (1998) ущерб от коррупции в России столь велик, что оправданы любые мыслимые затраты на борьбу с ней¹.

¹Тем не менее не следует считать, что коррупция — однозначно негативное явление. Например, Эриксон (Ericson, 1983) убеждает нас в том, что наличие коррупции (в рамках более общей теневой экономики) необходимо для функционирования плановой экономики, подобной нашей бывшей советской системе. Фактически, ее присутствие является парето-улучшением над воображаемым «чисто плановым режимом»: она помогает предприятиям выполнить план, обогащая в то же время других агентов. Впрочем, о парето-оптимальности такой системы говорить не приходится.

Авторы работы (Basu, Li, 1998) приводят аргументы в пользу того, что на этапе перехода к рынку коррупции отведена особая роль, вовсе не обязательно негативная: коррупция предшествует росту (или аккомпанирует ему) в переходных экономиках, как это было в китайской экономике, которая бралась в качестве базовой модели. Однако известно, что пример Китая — скорее исключение; во многих других переходных экономиках, тем более в экономиках третьего мира, коррупция лишь вредит. Скажем, в работе (Wei, 1997) проведен эмпирический анализ эффекта, производимого коррупцией на склонность внешних инвесторов к инвестированию в данную страну, и сделан вывод, что этот эффект не только отрицательный, но и впечатляет своей абсолютной величиной. Фактически коррупция блокирует инвестиции, а следовательно, и экономический рост.

Дела, однако, обстоят сложнее. Недостаточно просто *выделить* средства на борьбу, надо еще и правильно их использовать, если это вообще возможно. В самом деле, история коррупции насчитывает тысячу лет, и далеко не всегда и не везде отношение к ней было столь толерантным, как, например, в дореволюционной России (см. классические художественные произведения типа «Ревизор» Н.В. Гоголя или «Доходное место» А.Н. Островского).

В то же время нельзя сказать, что *абсолютно все* попытки бороться с коррупцией заканчивались провалом. Коррупция фактически победена во многих странах Европы, в значительной степени подавлена в Америке, в Сингапуре. При этом, судя по всему, важную роль играет предыстория: скажем, отсутствие коррупции в Дании и Сингапуре объясняется, мягко говоря, разными причинами (насколько нам известно, в Сингапуре попросту отрубают голову за мошенничество). Поэтому более содержателен вопрос о том, можно ли побороть коррупцию, избегая драконовских мер, в стране, в которой это негативное явление давно и прочно укоренилось.

1.2. Факторы коррупции

Выбор той или иной позиции (и политики) в отношении коррупции должен базироваться на понимании специфики конкретного ее проявления: степени вредоносности, а также механизмов поддержания данного вида коррупционных отношений и среды, в которой эти отношения получили широкое распространение. Оставляя в стороне степень вредоносности, мы именуем *факторами коррупции* все, что так или иначе влияет на уровень коррупции в обществе, на стабильность коррупционных равновесий и т.д.

Полтерович (1998) предлагает классификацию факторов коррупции, которой мы будем более или менее придерживаться в настоящей работе. А именно, факторы коррупции целесообразно разделить на *фундаментальные* (несовершенство экономической среды), *организационные* (слабость правительства) и *социетальные* (стратегическое взаимодействие агентов-коррупционеров).

Можно пойти несколько дальше, заметив, что первые два типа факторов в каком-то смысле «внешние», т.е. воспринимаются агентами как

Можно подвести следующий итог: в плановых (типа советской) или переходных, но все равно сильно контролируемых (типа китайской) экономиках коррупция может быть глобально полезной, в то время как в развивающихся экономиках рыночного типа, а также в быстро либерализованных бывших плановых экономиках (типа сегодняшней России) она идет во вред экономическому процветанию.

данность, и связаны со средой, в которой протекает их деятельность, в то время как социетальные факторы — «внутренние», формируются в системе эндогенно и обычно способствуют *поддержанию* сложившегося к настоящему времени высокого уровня коррупции.

Как правило, мы будем именовать *фундаментальными* все факторы, относящиеся к среде функционирования агентов, а *социетальными* — остальные. Термины «внешние» и «внутренние» факторы суть синонимы введенных выше. Поскольку социетальные факторы характеризуют специфику *взаимодействия* агентов-коррупционеров, их проявление следует отнести к *экстернальным* (внешним) эффектам, коротко, к *экстерналиям*.

Несмотря на значительное разнообразие проявлений коррупции, практически в каждом из них можно усмотреть влияние как внешних, так и внутренних факторов. В то же время в экономической теории чувствуется нехватка моделей, учитывающих оба типа факторов: большинство существующих моделей апеллируют только к факторам одного из этих типов (см., впрочем, редкое исключение — работу (Acemoglu, Verdier, 1997)). Это порождает ряд проблем: известные модели зачастую не отражают всего богатства внутренних механизмов и рычагов, характерных для изучаемой ситуации. Соответственно, возникает искаженное либо неполное о ней представление со всеми вытекающими отсюда последствиями: на базе подобных моделей опасно делать какие-либо выводы и обосновывать те или иные рекомендации².

1.3. Фундаментальный фактор

В настоящей работе мы предполагаем учесть влияние внешнего фактора (экономической среды) на эффект, производимый экстерналиями. Более точно: хотя предметом нашего анализа служит главным образом социетальный фактор (мы изучаем экстерналии, возникающие между агентами-бюрократами, и их вклад в формирование равновесного уровня коррупции), предлагаемая модель имеет в основе своей производственную сторону, поскольку коррупционные действия совершаются чиновниками именно в этой среде.

²Даже когда предметом исследования служит какой-либо выделенный аспект коррупционных отношений, надо иметь в виду и другие аспекты. В случае с коррупцией, похоже, общая идея абстрагироваться от реальной картины с целью охватить интересующие нас стороны дела себя не оправдывает; слишком уж взаимосвязаны различные факторы, в совокупности определяющие равновесный уровень коррупции.

Ниже мы покажем, какое влияние оказывает производство на коррупционные возможности бюрократов, каков конкретный механизм принятия коррупционных решений чиновниками и какие аспекты сравнительной статики являются очевидными следствиями в рамках выбранного подхода. Кроме того, производственные отношения гарантируют выполнение необходимых для существования равновесия свойств, тем самым оправдывая как вводимое ниже понятие равновесия, так и весь последующий анализ, составляющий содержание работы.

Чтобы «вдохнуть жизнь» в обсуждение производственного процесса и его роли в формировании коррупционных возможностей, остановимся несколько подробнее на описании различных проявлений коррупции в производстве.

Для производителей коррупция представляет собой важнейший способ ведения борьбы за ренту, возникающую в силу введения всевозможных ограничений. Для чиновника коррупция — это способ обогащения. Неудивительно, что они так часто вступают в незаконный обоюдовыгодный сговор. Какого рода может быть подобный сговор? Можно выделить следующие основные возможности (с краткой их характеристикой).

1. Налогоуклонение. Данная разновидность коррупции, с точки зрения государства, должна быть по возможности искоренена. Действительно, коль скоро считается, что некая степень коррумированности налоговых органов даже полезна, эффективнее соответствующим образом скорректировать ставку налогообложения, избегая дополнительных искажений — необходимого атрибута коррупции (по этому поводу см. работу (Shleifer, Vishny, 1993)). Поэтому та или иная модель должна носить в конечном счете нормативный характер, указывать, какие действия приводят к оптимальному размещению средств для борьбы с налогоуклонением, принимать во внимание не только эффект от вложения средств, но и издержки этого действия. Наиболее действенной мерой нам представляется провокация, т.е. внедрение осведомителей, «лжечиновников» (что подтверждается, увы, опытом работы КГБ советского периода).

Более тонкий анализ должен учитывать, что налогоуклонение — это во многом проблема общественного блага. И вопрос в том, как убедить в этом налогоплательщиков. Подобный подход — общественно-социальный, и прежде чем «убеждать», мы сами должны быть в достаточной степени «убеждены», что налоги собираются и используются более-менее эффективно (например, в современной России

такого ощущения нет). Необходимо проанализировать спрос, структуру потребительского дохода, степень выигрыша и проигрыша от коррупции тех или иных слоев общества и т.п. Это достаточно популярная тематика, которой посвящено множество работ (см., например, (Васин, Панова, 2000; Chander, Wilde, 1992; Sanchez, Sobel, 1993)).

2. Искусственное снижение издержек. К этому виду коррупции относятся допуск к «каналу» с дешевым ресурсом, льготные поставки каких-либо факторов производства в обход закона, разрешение на использование общественно вредной технологии (например, укрытие акта сбрасывания ядовитых веществ в атмосферу или водоемы, захоронение радиоактивных отбросов). Эта тематика тесно переплетается с другими направлениями экономических исследований, такими как общий анализ присвоения ренты, теория экстерналий общественного блага и т.п.

Мы полагаем, что в случае с загрязнением окружающей среды коррупцию необходимо искоренить полностью, ибо при попытке сослаться на баланс между ущербом от коррупции и объемом средств, направляемых на борьбу, мы неизбежно столкнемся с тем, что адекватно оценить ущерб не удастся: ведь зачастую мы имеем дело с проблемой длительного периода. Даже в том случае, когда оценить экологические последствия для будущих поколений реально, как правило, практически невозможно их должным образом «дисконтировать».

Что же касается различных «безобидных» льгот — это еще большой вопрос, насколько коррупция вредна. Законы зачастую принимаются «где-то далеко» и единые для всех, в то время как в каждой конкретной ситуации знание обстановки может оказаться важнее. Поэтому даже с точки зрения государства полная победа над коррупцией в таких спорных случаях не всегда обязательна. Анализ описанных ситуаций должен, видимо, носить преимущественно позитивный характер, снабжать нас пониманием того общего, что в них содержится: как отреагируют чиновники и как изменится структура коррупционных отношений и общий уровень коррупции в ответ на те или иные шаги, при смене или эволюции институциональной структуры.

Следующий аспект коррупции тесно связан с предыдущим, но содержит довольно интересные темы для дискуссии. Он лег в основу разработанной нами модели и поэтому выделен в отдельный пункт.

3. Снабжение незаконным дополняющим ресурсом. В условиях, когда недостаточно развита институциональная инфраструктура, представляющая собой по сути общий для всех дополняющий ресурс — общественное благо, производителю бывает важно

заручиться каким-либо частным, альтернативным дополняющим ресурсом. В этом ему часто помогают чиновники. Примеры изобилуют в реальной жизни вокруг нас. Скажем, за взятку фирма может «поселиться» в удобном месте или получить доступ к производственным возможностям какого-либо государственного завода, пользоваться незаконно списанным оборудованием, приобретая его по демпинговым ценам.

Было бы наивным полагать, что можно перечислить все варианты обмана и незаконного обогащения в обмен за взятку, изобретенные к настоящему моменту. В данной ситуации есть один очевидный метод борьбы с коррупцией — начать производить общественное благо в достаточном количестве. Необходимость в подкупе просто отпадет либо снизится, одновременно с ней снизится и уровень коррупции. Формализация этого механизма и составляет в нашей модели коррумпированной экономики то, что мы называем влиянием «внешнего» (или фундаментального) фактора.

1.4. Социетальный фактор

В отличие от фундаментального социетальный фактор не поддается столь наглядному описанию. Откуда могут проистекать экстерналии? Для начала вспомним, что в самом общем виде экстерналии возникают в тех случаях, когда полезность данного агента не в полной мере определяется его действиями и решениями, иными словами, когда в его функцию полезности входят переменные, характеризующие в той или иной форме действия других агентов.

В подобных случаях неучет внешнего эффекта приводит к искаженному пониманию количественной, а порой и *качественной* стороны дела, ибо, к примеру, можно «проглядеть» множественность равновесий или же не оценить степени устойчивости некоторых из них.

Почему логично ожидать возникновения проблемы экстерналий при исследовании явления коррупции?

Представим себе следующую типичную ситуацию (см. (Полтерович, 1998), а также, в более общем ключе, (Sah, 1991)). Предположим, что на борьбу с коррупцией выделяется фиксированный бюджет. Если случаются нарушения закона немногого, бюджетных средств вполне хватает на то, чтобы отследить все такие случаи, либо по крайней мере сделать поимку достаточно вероятным событием. Напротив, когда нарушения происходят сплошь и рядом, выделенных средств не хватает для адекватного противодействия преступникам, ибо на каждый

акт правонарушения отводится их малая доля. Таким образом, вероятность поимки окажется мала³.

Математически сказанное означает, что функция издержек от коррупции зависит (как минимум) от двух аргументов: степени собственной вовлеченности в коррупцию и среднего уровня коррумированности чиновников⁴, причем издержки возрастают по первому и убывают по второму аргументу.

Если следовать приведенному сценарию буквально, то внешние эффекты, производимые действиями бюрократов друг на друга, есть некая данность, экзогенная характеристика экономики коррупции. Поэтому простая констатация их негативной (или позитивной) роли в формировании коррупционного равновесия, грубо говоря, ничем не поможет. Однако стоит освободиться от имплицитного предположения об экзогенности *схемы наказания* (подробнее см. ниже), как в наши руки попадает вполне определенный инструмент экономической политики: варьируя схему штрафа и даже оставаясь более-менее в рамках выделенного бюджета, можно *существенно снизить равновесный уровень коррупции через влияние, оказываемое выбором той или иной схемы наказания на проявления экстернального эффекта*.

Проблема в данном случае состоит в том, что в отличие от таких популярных мер по борьбе с коррупцией, как повышение (постоянного) штрафа, увеличение бюджета или, наконец, просто усиление слежки и контроля, *aприори* не известно, «в какую сторону потянет» изменение схемы наказания средний уровень коррупции (а также индивидуаль-

³Заметим, что здесь речь может идти не только о ситуации «попался — сгорел», но и о более типичной для России ситуации, когда все знают, что происходит, и издержки от коррупции принимают вид подмоченной репутации либо попросту взятки вышестоящему лицу. Оба приведенных случая сводятся к тому же принципу, ибо, с одной стороны, когда *все борются*, репутация вора не столь обременительна (все познается в сравнении), а с другой, — начальнику перепадает и так достаточно, и он, вероятно, станет скромнее, отчего издержки его подчиненных снизятся! Возможно, в этом заключается секрет столь отлаженной милицейской машины в нашей стране.

⁴В статье Полтеровича (1998) сделано упрощение, состоящее в неучете собственного вклада. Таким образом, функция издержек зависит только от среднего уровня коррупции в системе. Подобное упрощение, однако, как мы увидим, приводит к недооценке роли внешних эффектов в формировании среднего уровня коррупции в системе.

Более того, даже агрегирование зависимости от чужих переменных в зависимости от среднего значения может иметь искажающий эффект. В общем случае функция издержек каждого агента зависит от вкладов всех других.

ные «вклады» различных чиновников). Все зависит от того, как влияет изменение схемы на специфику возникающих экстерналий, их сравнительную силу и знак.

В настоящей работе сделан первый шаг «большого пути», характеризующегося эндогенизацией схем наказания и выбора оптимальной из них. А именно, подробно проанализирован случай, когда функция издержек от коррупции (проистекающих от ведения борьбы с ней) зависит от двух переменных: личной степени вовлеченности в коррупцию и среднего ее уровня.

Среди различных схем такого рода, какая будет самой эффективной? Иначе говоря, в какой степени надо учитывать средний уровень? Формализация данной задачи не слишком тривиальна (она обсуждается в разделе 3). Дело в том, что надо проследить, чтобы рассматриваемые схемы наказания оперировали «примерно одинаковыми бюджетами». В противном случае задача становится малоинтересной — повышение расходов на борьбу с коррупцией, конечно, приведет к снижению ее уровня.

Переходим к выполнению намеченного плана. В следующем разделе построена и изучена модель коррупции в производстве, пригодная для анализа различных схем наказания.

2. БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ КОРРУПЦИОННЫХ ОТНОШЕНИЙ В ПРОИЗВОДСТВЕ

2.1. Формулировка модели

Рассмотрим экономическую систему, состоящую из чиновников и производителей, находящихся в отношениях следующего рода. Каждый чиновник «привязан» к определенной группе производителей и может оказать им какого-либо сорта незаконную услугу в обмен на взятку. При этом «масштаб» незаконной деятельности может варьироваться на некотором интервале, и все, что волнует чиновника, — это возможность (и степень) наказания, увеличивающаяся с ростом личной вовлеченности в коррупцию. Назовем обобщенно услугу чиновника *снабжением незаконным ресурсом*.

Однако *неудобства*, связанные с вовлеченностью в коррупцию, частично смягчаются благодаря экстерналиям между различными

бюрократами: чем больше средняя степень вовлеченности в незаконную деятельность, тем меньше будут издержки каждого конкретного бюрократа⁵. Формализуем вышесказанное.

Пусть i -й бюрократ «курирует» N_i производителей, и j -му из них он оказывает незаконную услугу в объеме q_{ij} , где $q_{ij} \in [0, 1]$ или $[0, +\infty)$. Остановимся на последнем случае, считая *aприори*, что $q_{ij} \in [0, +\infty)$. Соответственно, масштаб незаконной деятельности данного чиновника окажется равным $q_i = \sum_j q_{ij}$ (мы также будем называть q_i *степенью вовлеченности в коррупцию*).

Мы постулируем, что издержки от коррупции равны $\varphi(q_i, q_{cp})$, где q_{cp} — средний уровень коррумированности различных чиновников. Предполагается, что функция издержек $\varphi(q_i, q_{cp})$ обладает следующими свойствами⁶:

$$\begin{aligned} \varphi(0, q_{cp}) &= 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial q_i}(q_i, q_{cp}) > 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial q_{cp}}(q_i, q_{cp}) < 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_i \partial q_{cp}}(q_i, q_{cp}) &< 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_i^2}(q_i, q_{cp}) > 0, \\ \varphi(q, q) &\text{ — выпуклая по } q \text{ функция.} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Первое свойство означает, что независимо от среднего уровня коррупции в системе честный агент никаких издержек не несет. Второе и третье свойства математически выражают тот факт, что издержки от коррупции растут с ростом степени собственной вовлеченности и убывают с ухудшением общей ситуации. Четвертое свойство означает, что не только валовые, но и предельные издержки снижаются с ростом среднего уровня коррупции (что логично, поскольку рост среднего уровня коррупции меняет всю «шкалу измерения» коррумированности, в частности и ее «деления»). Пятое свойство — это стандартное предположение о выпуклости функции издержек (по «своему» аргументу). Шестое свойство менее очевидно. Оно выражает тот факт, что в сообществе, состоящем из одинаковых бюрократов, где издержки любого агента равны

$$\psi(q_i) = \varphi(q_i, q_i), \tag{2.2}$$

⁵Напомним, что это — слегка упрощенная постановка задачи. В общем случае издержки определяются набором конкретных *вкладов* в коррупцию.

⁶Заметим, что в нуле функция φ может иметь скачок, связанный, например, с моральными издержками от нечестного поведения или с возможностью вскрытия самого факта коррупции. При формальном анализе ситуации необходимо отдельно рассмотреть этот случай.

свойство выпуклости также выполняется. Будем говорить, что экстернальный эффект *отсутствует*, если издержки любого агента зависят только от его собственного вклада, причем по закону (2.2), т.е. как если бы он функционировал в сообществе полностью идентичных и повторяющих его действия агентов⁷.

Мы охарактеризовали издержки чиновников от коррупционной деятельности. Что же касается дохода от нее, то каждый чиновник волен собирать взятки со своих подопечных производителей в обмен на оказание нелегальной услуги. Мы не предполагаем в настоящей работе, что размер взятки как-либо отражается на издержках от коррупции. (Фактически это означает, что механизм вскрытия коррупционной деятельности не включает использование доносов, а напрямую связан с детекцией незаконной деятельности.)

Чиновник является монополистом в оказании незаконной услуги своим подопечным производителям. Логично считать поэтому, что он возьмет с каждого из них максимум того, что они готовы заплатить за услугу⁸. Чтобы охарактеризовать этот максимум, необходимо обратиться к описанию производственного процесса.

В i -м регионе производитель j обладает производственной функцией $F_{ij}(M_{ij}, g_i, q_{ij})$ трех аргументов, первый из которых — запас (денежных) средств производителя, второй — уровень общественного блага в регионе⁹, третий — масштаб незаконных услуг, оказанных производителю чиновником¹⁰.

⁷Это требует определенного воображения. Например, почему бы в случае отсутствия экстерналий не положить издержки равными $\psi(q_i) = \varphi(q_i, 0)$? Однако в соответствии с нашей идеологией ясно, что подобный случай как раз соответствует присутствию экстернального эффекта при рассмотрении бескоррупционного равновесия: действия агента сравниваются со средним уровнем коррупции, равным нулю.

⁸В реальности, конечно, ситуация несколько иная. В самом деле, если чиновник забирает все, он рискует многочисленными доносами и поимкой в конце концов. Все действующие лица должны быть довольны — это обязательное условие. Модель изменится несущественно, если считать, что у бюрократа остается заданная доля принесенной им производителю выгоды (арбитражное решение Нэша), но при изменении доли выгоды могут возникнуть интересные особенности бюрократического поведения. Вопрос этот, однако, в настоящей работе не рассматривается.

⁹Возможен также случай единого общественного блага. Его сравнение с анализируемым случаем может оказаться полезным.

¹⁰Не стоит особого труда рассмотреть случай многих аргументов этих трех принципиально различных типов. Однако, как нам представляется, ничего нового такая степень общности не даст. Вполне достаточно считать три фактора производства обобщенными.

Производственная функция обладает следующими свойствами (индексы и аргументы опускаем):

$$\begin{aligned} F(0, 0, 0) = 0, \quad F'_i > 0, \quad i = 1, 2, 3, \\ F''_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad F''_{1i} > 0, \quad i = 2, 3. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Здесь и далее нижний индекс обозначает номер фактора, по которому берется производная.

Первые три свойства стандартны и выражают существенность каждого из факторов, равно как и вогнутость по каждому из них. Последнее свойство означает, что не только валовая, но и предельная производительность денежного фактора растет с ростом уровня общественного блага в регионе, а также при возрастании масштаба незаконно оказанных услуг.

Что же касается смешанной производной F''_{23} , то ее знак не оговаривается. Как будет видно из дальнейшего (см. раздел 2.2), от этого знака существенно зависит эффективность такой экономической меры по борьбе с коррупцией, как дополнительная поставка общественного блага.

В случае отказа чиновника предоставить незаконную услугу (или же отказа производителя воспользоваться ею) производитель остается с $F_{ij}(M_{ij}, g_i, 0) \neq 0$. Если незаконный акт состоялся и уплачена взятка размером b_{ij} , производитель имеет $F_{ij}(M_{ij} - b_{ij}, g_i, q_{ij})$. В соответствии с выбранной идеологией размер взятки как функция от масштаба оказанной услуги определяется из уравнения

$$F_{ij}(M_{ij} - b_{ij}(q_{ij}), g_i, q_{ij}) = F_{ij}(M_{ij}, g_i, 0). \tag{2.4}$$

Суммарный сбор взяток будет равен $\sum_j b_{ij}(q_{ij})$, если бюрократ распределит общий объем незаконных услуг q_i по своим производителям соответствующим образом. Заметим, что в целом объем полученных бюрократом взяток не превышает $\sum_j M_{ij}$ — общего запаса денежных средств в распоряжении подопечных ему производителей.

Разумеется, какой бы объем незаконных услуг q_i ни выбрал чиновник, распределить его по фирмам надо оптимальным образом, т.е. перед чиновником стоит задача

$$\begin{aligned} \sum_j b_{ij}(q_{ij}) &\longrightarrow \max, \\ \text{s.t.} \quad \sum_j q_{ij} &\leq q_i, \quad q_{ij} \geq 0. \end{aligned} \tag{2.5}$$

при каждом $q_i > 0$. Для начала займемся решением именно этой задачи.

Прежде всего необходимо изучить поведение функций b_{ij} . Они определяются из уравнения (2.4) как неявные. Дифференцируя уравнение (2.4) по правилам взятия производной от неявной функции, получаем (индексы опускаем)

$$-F'_1(M - b(q), g, q) \cdot b'(q) + F'_3(M - b(q), g, q) \equiv 0, \quad (2.6)$$

откуда вытекает, что с ростом q размер необходимой взятки b растет (как и следовало ожидать).

Дифференцируя еще раз (и опуская, помимо индексов, аргументы у производственных функций и их частных производных), имеем

$$F'_1 \cdot b''(q) = F''_{11} \cdot b'^2(q) - 2F''_{13} \cdot b'(q) + F''_{33}. \quad (2.7)$$

Из этой формулы можно усмотреть, что функции $b_{ij}(q_{ij})$ вогнуты в силу свойств производственных функций, постулированных в (2.3). Несложно также найти производную от b_{ij} в нуле, используя (2.6): она равна $F'_3(M, g, 0)/F'_1(M, g, 0)$.

Суммируем свойства функций $b_{ij}(q_{ij})$, опуская индексы у соответствующей производственной функции:

$$\begin{aligned} b_{ij}(0) &= 0, \quad b'_{ij}(q_{ij}) > 0, \quad b''_{ij}(q_{ij}) < 0, \\ b'_{ij}(0) &= \frac{F'_3(M, g, 0)}{F'_1(M, g, 0)}, \quad b_{ij}(q_{ij}) \leq M. \end{aligned} \quad (2.8)$$

На основании этих свойств можно сформулировать и доказать следующую теорему.

Теорема 1. *Задача (2.5) имеет при любом q_i единственное решение. Если $b_i(q_i)$ — результирующий сбор взяток как функция q_i , то эта функция обладает свойствами, сходными со свойствами (2.8) индивидуальных функций b_{ij} :*

$$\begin{aligned} b_i(0) &= 0, \quad b'_i(q_i) > 0, \quad b''_i < 0, \\ b'_i(0) &= \max_j(b'_{ij}(0)), \quad b_i(q_i) \text{ ограничена сверху.} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Доказательство теоремы 1 приводится в Приложении.

Определим теперь, что мы будем называть равновесием в коррумпированной экономике. Начнем с задачи агента-коррупционера. Когда агентов много, изменение масштаба коррупционной деятельности любого конкретного из них оказывает на средний уровень незначи-

тельное влияние. Если им пренебречь¹¹, то задача агента-бюрократа выглядит следующим образом:

$$b_i(q_i) - \varphi(q_i, q_{\text{cp}}) \longrightarrow \max_{q_i \geq 0}. \quad (2.10)$$

Определение. Набор $(q_{\text{cp}}; q_1, q_2, \dots, q_K)$, где K — число чиновников, называется коррупционным равновесием, если при любом i значение q_i является решением задачи (2.10) и, кроме того, выполняется условие баланса, требующее, чтобы

$$q_{\text{cp}} = \frac{1}{K} \sum_i q_i \quad (2.11)$$

Перед тем как проводить обстоятельный анализ поведения чиновников в равновесии и динамики самого равновесия при смене определенных параметров, сделаем небольшое «лирическое» отступление, касающееся роли общественного блага в формировании равновесного уровня коррупции.

2.2. Роль общественного блага

Рассмотрим экономику, описанную в предыдущем разделе. Будем считать, что уровень общественного блага в системе определяется экзогенно и служит своего рода инструментом, находящимся в руках государства. К чему приводит повышение (сокращение) уровня общественного блага? Попытаемся ответить на этот вопрос.

В данной ситуации нас в первую очередь интересует эффект, который оказывает изменение уровня общественного блага на функции $b_{ij}(q_{ij})$. Опуская индексы, исследуем поведение решения уравнения

$$F(M - b(g, q), g, q) = F(M, g, q) \quad (2.12)$$

при изменении g . Дифференцируя уравнение (2.12) по g , получаем

$$\frac{\partial b}{\partial g} = \frac{F'_2(M - b, g, q) - F'_2(M, g, 0)}{F'_1(M - b, g, q)}. \quad (2.13)$$

Знаменатель выражения (2.13) положителен, а вот числитель существенно зависит от знака смешанной производной F''_{23} . (Напомним, что пока мы не делали никаких предположений относительно этого знака.) В тех случаях, когда дополняющий ресурс и общественное

¹¹Интересно параллельно рассмотреть *точную* формулировку задачи и проанализировать, как меняются параметры равновесия с ростом числа агентов. Оказывается, возникают определенные коннотации с основным результатом работы!

благо являются факторами-заменителями, смешанная производная $F''_{23} < 0$ и цепочка оценок

$$F'_2(M - b, g, q) < F'_2(M, g, q) \leq F'_2(M, g, 0) \quad (2.14)$$

в силу свойств производственных функций, постулированных в (2.3), гарантирует убывание размера возможной взятки при росте общественного блага g .

Более того, это утверждение остается в силе, если общественное благо и ресурс являются *слабыми дополнителями*. Таким образом, в двух вышеописанных случаях коррупционные возможности бюрократов ухудшаются с повышением уровня общественного блага. Легко показать, что при этом снижается и равновесный уровень коррупции.

Наоборот, если коррупционные сделки приводят к увеличению отдачи на общественное благо, эффект может оказаться противоположным (хотя и будет несколько смягчен эффектом падения денежного фактора за счет дачи взятки). Следовательно, прежде чем принимать решение о внедрении такой меры по борьбе с коррупцией, как повышение уровня общественного блага, полезно изучить специфику производственного процесса.

Рассмотрим типичный пример. Пусть производственная функция имеет вид

$$F(M, g, q) = M^\alpha(g + q)^\beta, \quad \alpha, \beta > 0. \quad (2.15)$$

Таким образом, вместо плохо поставляемого государством общественного блага бюрократ снабжает производителей абсолютно идентичным фактором, но в частном порядке (скажем, выполняет свои прямые обязанности, но за деньги). В данном случае смешанная производная

$$F''_{23} = M^\alpha \beta (\beta - 1)(g + q)^{\beta - 2} \quad (2.16)$$

и отрицательна лишь при $\beta < 1$.

Следовательно, общественное благо и незаконный ресурс являются заменителями при $\beta < 1$ и дополнителями при $\beta > 1$. Однако на самом деле размер взятки падает при любом β . Чтобы это увидеть, можно просто решить уравнение (2.15) в нашем частном случае. В результате мы получим формулу для размера взятки b :

$$b(g, q) = M \left[1 - \left(\frac{g}{g + q} \right)^{\beta/\alpha} \right] = M \left[1 - \left(1 - \frac{q}{g + q} \right)^{\beta/\alpha} \right]. \quad (2.17)$$

Как легко видеть, с ростом общественного блага g необходимый размер взятки b убывает.

2.3. Равновесный анализ

В разделе 2.1 мы ввели понятие равновесия. Теперь мы изучим вопросы существования, единственности и устойчивости равновесий. Чтобы исключить индексы, удобно слегка видоизменить модель. А именно, предположим, что мы имеем дело с *сообществом* бюрократов, каждый из которых характеризуется своим *типовом* θ , и задана функция распределения $F(\theta)$ агентов по типам. Тип агента — это его коррупционные возможности.

Точнее говоря, пусть задана единая *функция коррупционных возможностей* $b(q, \theta)$ двух аргументов, обладающая при фиксированном θ свойствами (2.9) и возрастающая по θ вместе со своей производной. Таким образом, чем выше θ , тем лучше коррупционные возможности. Суммируем свойства функции $b(q, \theta)$:

$$\begin{aligned} b(0, \theta) &= 0, \quad \frac{\partial b}{\partial q}(q, \theta) > 0, \quad \frac{\partial^2 b}{\partial q^2}(q, \theta) < 0, \\ \frac{\partial b}{\partial \theta}(q, \theta) &> 0, \quad \frac{\partial^2 b}{\partial q \partial \theta}(q, \theta) > 0, \\ \forall \theta \exists \hat{q}(\theta) : \quad \frac{\partial b}{\partial q}(\hat{q}(\theta), \theta) &= 0. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Последнее условие из свойств (2.18) слегка отличается от предположения об ограниченности самой функции $b(q, \theta)$ — прямого следствия (2.9). Однако мы не слишком сильно ограничиваем общность рассуждений: если бы масштаб незаконной деятельности q мог варьироваться неограниченно, мы произвели бы соответствующую монотонную замену по q .

Кроме того, для удобства дальнейшего изложения произведем монотонную замену и по параметру θ , с тем чтобы иметь

$$\theta \equiv \hat{q}(\theta). \tag{2.19}$$

Это возможно, в силу того что $\hat{q}(\theta)$ является монотонно возрастающей функцией θ , что следует из свойств (2.18).

Задача агента, имеющего тип θ , выглядит, как и прежде¹²:

$$b(q, \theta) - \varphi(q, q_{cp}) \longrightarrow \max_{q \geq 0}. \tag{2.20}$$

¹²Мы опять-таки предполагаем, что ни один агент не может влиять на q_{cp} . Математически это означает, что распределение F не имеет атомов, или же все атомы «пренебрежимо малы».

где $\varphi(q, q_{\text{cp}})$ — функция издержек от коррупции, свойства которой мы воспроизведем здесь для удобства (см. раздел 2.1):

$$\begin{aligned} \varphi(0, q_{\text{cp}}) &= 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial q}(q, q_{\text{cp}}) > 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial q_{\text{cp}}}(q, q_{\text{cp}}) < 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q \partial q_{\text{cp}}}(q, q_{\text{cp}}) &< 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q^2}(q, q_{\text{cp}}) > 0, \\ \varphi(q, q) &\text{ — выпуклая функция.} \end{aligned} \tag{2.21}$$

Условия первого порядка для задачи агента (2.20) имеют вид

$$\frac{\partial b}{\partial q}(q, \theta) \leq \frac{\partial \varphi}{\partial q}(q, q_{\text{cp}}) \tag{2.22}$$

с точным равенством при $q > 0$.

Равновесием в модели называется набор $(q_{\text{cp}}^*, q^*(\theta))$, такой что для любого θ выбор $q^*(\theta)$ решает задачу агента (2.20) при $q_{\text{cp}} = q_{\text{cp}}^*$ и выполняется условие баланса¹³

$$\int q^*(\theta) dF(\theta) = q_{\text{cp}}^*. \tag{2.23}$$

Модель с конечным числом агентов-бюрократов, рассмотренная в разделе 2.1, является частным случаем сформулированной выше и отвечает дискретной функции распределения F . В общем же случае мы предполагаем конечность матожидания типа агента:

$$\theta_{\text{cp}} = E\theta = \int \theta dF(\theta) < +\infty. \tag{2.24}$$

Теорема 2. *Модель (2.20), (2.23) всегда допускает по меньшей мере одно устойчивое равновесие. Выбор агента в равновесии является неубывающей функцией его типа θ . В случае скачка в нуле у функции издержек существует пороговое значение $\bar{\theta}$, такое что при $\theta < \bar{\theta}$ выбор агента $q^*(\theta) = 0$, в то время как $q^*(\bar{\theta}) > 0$. В случае отсутствия скачка функция результирующего выбора $q^*(\theta)$ непрерывна.*

¹³ Данная модификация модели допускает еще одну интерпретацию — байесовскую игру агентов друг с другом! Таким образом, каждый агент знает свой тип и функцию распределения типов. На основе этих данных он должен выбрать q . Приведенное выше определение как раз и есть воплощение идеи равновесия Байеса–Нэша.

Ввиду важности этой теоремы для дальнейшего проведем ее доказательство в основном тексте. Сначала проанализируем поведение агентов при каждом фиксированном q_{cp} . Затем агрегируем индивидуальные выборы в *функцию реакции*

$$\Psi(q_{\text{cp}}) = \int q(\theta, q_{\text{cp}}) dF(\theta), \quad (2.25)$$

где $q(\theta, q_{\text{cp}})$ — выбор агента с типом θ при условии, что средний уровень равен q_{cp} . Равновесия — это точки пересечения кривой реакции с диагональю.

В зависимости от типа θ условия первого порядка (2.22) имеют внутреннее (ненулевое) либо краевое (нулевое) решение. При этом правая часть условий (2.22) одинаковая при всех θ . Изобразим ситуацию графически в терминах предельных величин (рис. 2.1). Заметим

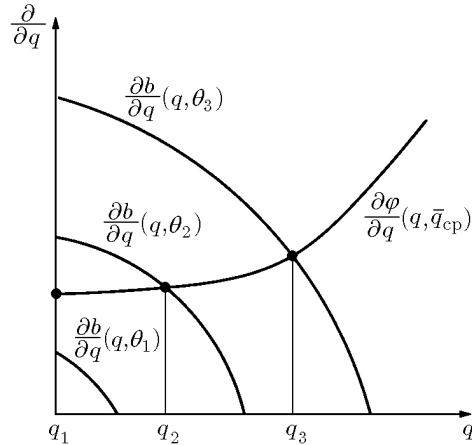


Рис. 2.1. Условия первого порядка для значений $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$

при этом, что условия первого порядка корректно определяют выбор агента лишь в случае, когда функция издержек не имеет скачка в нуле. Если же скачок имеется (обозначим его φ_0), то та часть агентов, результирующая полезность которых меньше нуля, предпочтет отказаться от коррупции.

Обозначим пока *истинный* выбор агента за $\bar{q}(\theta, q_{\text{cp}})$, сохраняя прежнее обозначение $q(\theta, q_{\text{cp}})$ за решением уравнения (2.22). Как и ранее, будем

называть *результатирующей полезностью* полезность агента, выбравшего $q(\theta, q_{cp})$. Таким образом, результатирующая полезность может быть и положительной, и отрицательной, в то время как *истинная* полезность всегда не ниже нуля.

Утверждение 2.1. *Результатирующая полезность есть неубывающая функция типа θ . Соответственно, при наличии скачка в нуле у функции издержек выбор агентов в зависимости от θ устроен так:*

$$\bar{q}(\theta, q_{cp}) = \begin{cases} q(\theta, q_{cp}) & \text{при } \theta \geq \bar{\theta}, \\ 0 & \text{при } \theta < \bar{\theta}, \end{cases} \quad (2.26)$$

где $\bar{\theta}$ удовлетворяет уравнению

$$b(q(\theta, q_{cp}), \theta) - \varphi(q(\theta, q_{cp}), q_{cp}) - \varphi_0 = 0.$$

Чтобы доказать это утверждение, можно либо «в лоб» продифференцировать выражение $b(q(\theta, q_{cp}), \theta) - \varphi(q(\theta, q_{cp}), q_{cp}) - \varphi_0$, учитывая (2.22), либо сослаться на теорему об огибающей (см., например, (Mas-Colell, Whinston, Green, 1995, с. 964)), согласно которой полная производная от максиманда (в данном случае от функции результатирующей полезности) по параметру равна в точке максимума частной производной максиманда по этому параметру. Частная производная от функции результатирующей полезности есть $\partial b / \partial \theta$, и утверждение следует из свойств (2.18). В частности, существует (не более чем одно) пороговое значение $\bar{\theta}$, при котором функция результатирующей полезности равна нулю. Агенты с $\theta < \bar{\theta}$ предпочтут отказаться от коррупции, остальные же выберут $q(\theta, q_{cp})$. Утверждение доказано.

Утверждение 2.2. *Выбор агента есть неубывающая функция его типа θ , непрерывная в случае непрерывности φ и разрывная при наличии у φ скачка в нуле.*

Для доказательства этого утверждения продифференцируем решение уравнения (2.22) по параметру θ , учитывая свойства функции коррупционных возможностей (2.18):

$$\frac{\partial q}{\partial \theta} = -\frac{\partial^2 b / \partial q \partial \theta}{\partial^2 b / \partial q^2} > 0. \quad (2.27)$$

Соответственно, функция выбора агента $q(\theta, q_{cp})$ возрастает (и непрерывна). Что касается функции $\bar{q}(\theta, q_{cp})$, то она совпадает с $q(\theta, q_{cp})$ при отсутствии скачка в нуле, а начиная с $\bar{\theta}$ — при наличии скачка. Утверждение доказано.

На рис. 2.2 изображены функции выбора агента в зависимости от его типа в случаях отсутствия и наличия скачка в нуле у функции издержек от коррупции φ .

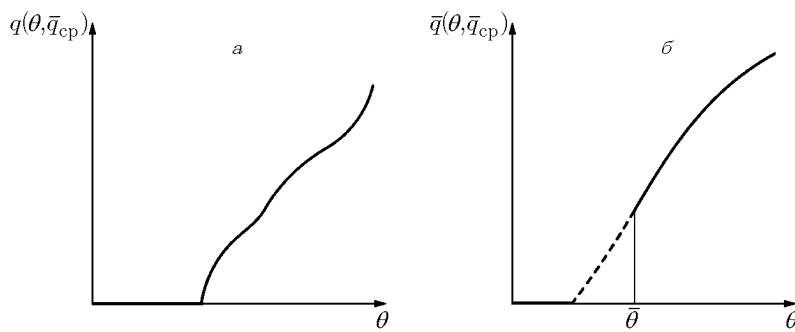


Рис. 2.2. Функция выбора агента $q(\theta, \bar{q}_{cp})$ при отсутствии (a) и наличии (б) скачка в нуле у функции издержек от коррупции φ

Следующее утверждение касается поведения индивидуальных выборов агентов при изменении параметра q_{cp} .

Утверждение 2.3. С ростом q_{cp} выбор агента не может снизиться, равно как и его полезность.

На этот раз меняется правая часть условий первого порядка (2.22). В силу свойств (2.18), (2.21) для внутреннего решения имеем

$$\frac{\partial q}{\partial q_{cp}} = \frac{\partial^2 \varphi / \partial q \partial q_{cp}}{\partial^2 b / \partial q^2} > 0. \quad (2.28)$$

Вновь ссылаясь на теорему об огибающей, получаем, что частная производная от функции полезности по q_{cp} равна $-\partial \varphi / \partial q_{cp} > 0$. Для краевого решения $\bar{q} = 0$, истинная полезность тоже нулевая; следовательно, снизиться они никак не могут. Утверждение доказано.

Проиллюстрируем приведенное выше утверждение графически (рис. 2.3). С ростом q_{cp} кривая предельных издержек «съезжает» вниз. Сетка кривых предельного дохода остается неизменной. Отсюда ясно, что выбор агента может только увеличиться. Как видно из рисунка, некоторые агенты могут даже стать коррумпированными, не будучи таковыми до этого.

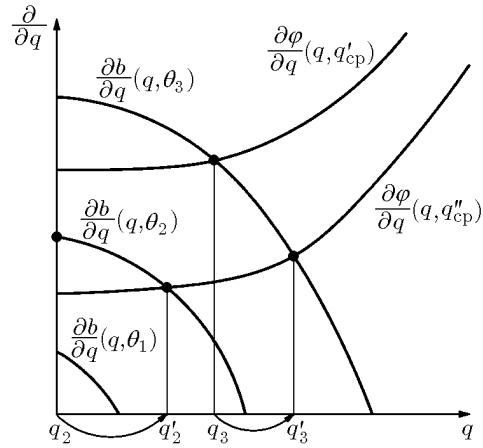


Рис. 2.3. Эффект роста q_{cp} на индивидуальных выборах агентов ($q'_{cp} < q''_{cp}, \theta_1 < \theta_2 < \theta_3$)

Утверждение 2.4. Функция реакции $\Psi(q_{cp})$ является неубывающей и ограниченной сверху.

Неубывание функции $\Psi(q_{cp})$ следует из ее интегрального представления (2.25) и утверждения 2.3. Заметим, что в силу последнего из свойств (2.18) выбор агента типа θ не превосходит $\hat{q}(\theta)$. Вспомним, однако, что мы произвели замену параметра (2.19). Наконец, с учетом (2.24) можно записать цепочку оценок

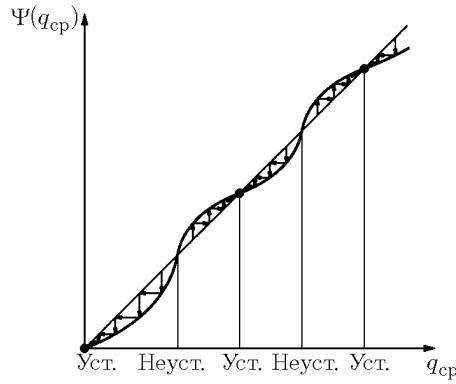


Рис. 2.4. Устойчивые и неустойчивые равновесия

$$\Psi(q_{\text{cp}}) = \int q(\theta, q_{\text{cp}}) dF(\theta) \leq \int \theta dF(\theta) = \theta_{\text{cp}} < +\infty \quad (2.29)$$

равномерно по q_{cp} . Утверждение доказано.

Чтобы закончить доказательство теоремы 2, заметим, что устойчивыми равновесиями являются неподвижные точки отображения Ψ , обладающие следующим свойством: в них кривая реакции пересекает диагональ сверху (рис. 2.4). В самом деле, стандартные рассуждения об итеративном приближении к равновесию применимы к данному

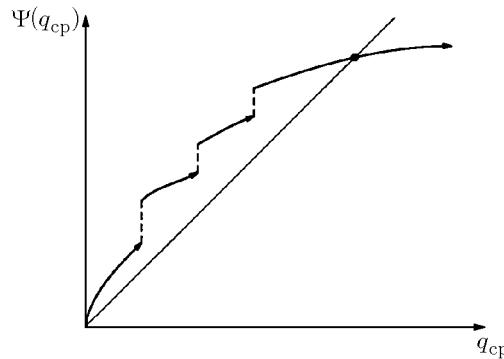


Рис. 2.5. Аналог теоремы Брауэра

случаю (см., например, (Mas-Colell, Whinston, Green, 1995, с. 620)). Такие точки существуют в силу аналога теоремы Брауэра, представленного на рис. 2.5 без доказательства: графическая интуиция в данном случае полезнее.

Теорема 3. *Возрастающее и ограниченное отображение замкнутой полусоси $[0, +\infty)$ в себя имеет (как минимум одну) устойчивую неподвижную точку. (Заметим, что непрерывности не требуется!)*

Итак, мы установили существование по крайней мере одного устойчивого равновесия. Зачастую, особенно при наличии скачка в нуле у функции издержек, представленная выше модель допускает два устойчивых равновесия: одно бескоррупционное и одно с высоким уровнем коррупции. «Водоразделом» между ними служит неустойчивое равновесие. В целом, однако, вопрос о числе равновесий является достаточно сложным и требует введения дополнительных предположений.

То же самое относится и к вопросу об устойчивости бескоррупционного равновесия. Этих тонкостей в настоящей работе мы не касаемся. Вместо этого мы предполагаем, что система «живет» в одном из устойчивых коррупционных равновесий, и изучаем сравнительную статистику в нем.

Характерная ситуация изображена на рис. 2.6. Если система, находящаяся в устойчивом коррупционном равновесии, подвергается смене параметров, то в силу свойств функции Ψ в краткосрочной перспек-

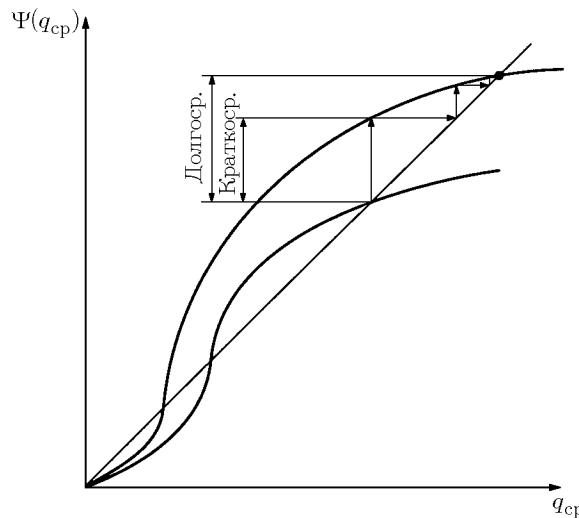


Рис. 2.6. Сравнительная статика краткосрочного и долговременного периодов

тиве эффект сводится к переходу от q_{cp} к $\Psi(q_{cp})$, однако в долгосрочной перспективе система придет в новое равновесие. Особенностью рассматриваемой модели является то обстоятельство, что долгосрочный эффект *превосходит* по модулю краткосрочный, что видно из рисунка. Причина кроется там же, где и множественность равновесий, — в возрастании функции Ψ . Запомним это важное обстоятельство на будущее.

В заключение данного раздела еще раз напомним, что развивающаяся в настоящей работе теория применима не только к явлению коррупции, но и к целому классу явлений типа «преступление — наказание». Большинство свойств функций $b(q, \theta)$, $\varphi(q, q_{cp})$, так же как и сама

постановка задачи, подходит для более общего случая, который может быть охарактеризован как «популярные правонарушения» — популярные ровно в той степени, в какой начинают проявляться количественные экстерналии.

Мы говорим на языке коррупции, поскольку эта проблема кажется наиболее значимой, однако большинство выводов остается в силе и для случаев воровства, подлога, уклонения от службы в Вооруженных Силах, уклонения от налогов и т.д. Для коррупции, пожалуй, характерным является то, что разные агенты обладают порой очень разными коррупционными возможностями, что оправдывает введение понятия типа агента. В остальном же основной вопрос, который мы ставим, актуален во всех вышеперечисленных (и многих других) сценариях, а именно, что происходит при варьировании схемы наказания?

3. ИССЛЕДОВАНИЕ РОЛИ ЭКСТЕРНАЛИЙ

3.1. Различные схемы наказания

С математической точки зрения схема наказания характеризуется «результатом имплементации» — функцией издержек от коррупционной деятельности, которые несут бюрократы. Таким образом, задача о выборе оптимальной схемы наказания есть задача выбора функции издержек $\varphi(q, q_{\text{ср}})$ ¹⁴, при которой средний уровень коррупции (т.е. решение задачи (2.20), (2.23)) минимален.

Конечно, в таком виде задача тривиальна — сделать функцию издержек φ бесконечно большой. Чтобы придать задаче содержательный смысл, необходимо наложить определенные условия, гарантирующие неизменность бюджета, отводимого на борьбу с данным видом правонарушений (коррупцией).

Требование неизменности бюджета (ключевое в наших рассмотрениях) можно трактовать различными способами. Например, можно попытаться выявить и описать закон, согласно которому бюджетные средства «трансформируются» в функцию издержек. Но такой способ приведет к дополнительному усложнению модели, и его мы пока оставим.

¹⁴В общем случае речь идет о выборе функции $\varphi(q(\cdot))$, зависящей от профиля всех индивидуальных уровней коррумпированности.

Вместо этого мы предлагаем ограничиться самыми тривиальными следствиями фиксированности бюджета, легко интерпретируемыми в рамках изучаемой модели. А именно, мысленно представим общество состоящим из одинаковых бюрократов, каждый из которых имеет уровень коррупции q_{cp} . Ясно, что издержки бюрократов в таком обществе не зависят от выбранной схемы наказания и определяются исключительно объемом выделенных на борьбу средств. В результате мы постулируем, что функция $\psi(q_{cp}) = \varphi(q_{cp}, q_{cp})$ есть экзогенная характеристика системы. Таким образом, ограничение состоит в том, что мы не можем менять диагональ функции издержек.

Однако и после этого остается достаточно «степеней свободы» в выборе той или иной схемы наказания. Отталкиваясь от заданной схемы, можно увеличивать издержки при одних и уменьшать при других значениях q , заботясь лишь о выполнении свойств (2.21). В пределе можно имплементировать уже упоминавшуюся *свободную от экстерналий* схему, при которой ответственность каждого агента зависит только от его действий, *как если бы он был одним из представителей однородного сообщества бюрократов*; при этом его издержки равны $\psi(q)$.

Если заданную схему наказания поэтапно преобразовать в свободную от экстерналий, то математически это соответствует кривой, соединяющей в пространстве всех возможных схем исходную точку с фиксированной, отвечающей диагонали всех рассматриваемых схем. Следующее утверждение является одним из ключевых шагов.

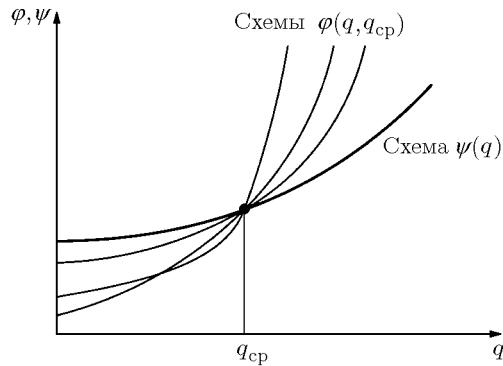


Рис. 3.1. Диагональная схема $\psi(q)$ как предельный случай схем $\varphi(q, q_{cp})$

Утверждение 3.1. *Как бы ни была выбрана исходная схема наказания $\varphi(q, q_{cp})$, выполняются неравенства, означающие, что схема, свободная от экстерналий, является наименее чувствительной по*

отношению к личной степени коррумпированности q (рис. 3.1) :

$$\begin{aligned} q < q_{cp} &\implies \varphi(q, q_{cp}) < \psi(q), \\ q > q_{cp} &\implies \varphi(q, q_{cp}) > \psi(q). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Для доказательства данного утверждения вспомним, что свободная от экстерналий схема представляет собой просто диагональ любой из схем, в частности диагональ схемы φ , т.е. $\psi(q) = \varphi(q, q)$. С учетом этого можно переписать, например, первое из неравенств (3.1) в виде $\varphi(q, q_{cp}) < \varphi(q, q)$, что при $q < q_{cp}$ является прямым следствием убывания φ по второму аргументу (см. свойства (2.21)).

Соответственно, можно поэтапно преобразовать заданную схему наказания в схему без экстерналий таким образом, чтобы на всех этапах выполнялись свойства (3.1). Иначе говоря, среди различных кривых $\{G_\alpha(q, q_{cp}) | \alpha \in [0, 1]\}$, соединяющих заданную схему с диагональной,

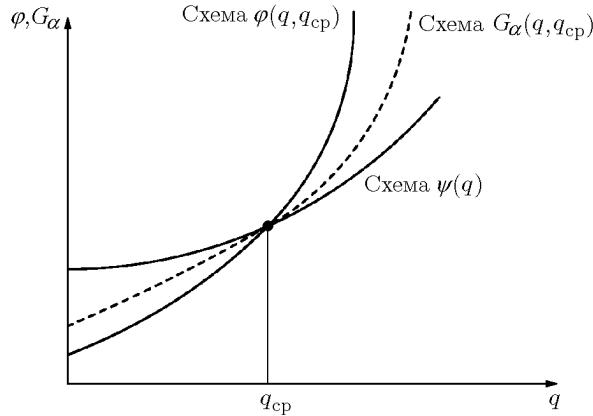


Рис. 3.2. Семейство функций издержек $G_\alpha(q, q_{cp})$, соединяющее исходную схему $\varphi(q, q_{cp})$ с диагональной $\psi(q)$

существует (бесконечномерное) семейство кривых, характеризующихся следующими свойствами¹⁵:

$$\begin{aligned} \forall \alpha \quad G_\alpha(q, q_{cp}) &> \varphi(q, q_{cp}) \quad \text{при } 0 < q < q_{cp}, \\ G_\alpha(q, q_{cp}) &< \varphi(q, q_{cp}) \quad \text{при } q > q_{cp}, \\ G_\alpha(q, q_{cp}) &= \varphi(q, q_{cp}) \quad \text{при } q = q_{cp}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

¹⁵С геометрической точки зрения это просто те кривые, которые при движении «туда» не поворачивают «назад».

$G_\alpha(q, q_{\text{cp}})$ обладает свойствами функций издержек (2.21), и

$$\begin{aligned} G_\alpha(q, q_{\text{cp}}) &\equiv \varphi(q, q_{\text{cp}}) \quad \text{при } \alpha = 0, \\ G_\alpha(q, q_{\text{cp}}) &\equiv \varphi(q, q) \quad \text{при } \alpha = 1. \end{aligned}$$

Мы исследуем изменение основных характеристик равновесия при варьировании схем наказания вдоль таких кривых (рис. 3.2). Будем интерпретировать параметр α как «силу экстерналий»¹⁶, ибо при движении вдоль кривой, т.е. при изменении этого параметра, схема наказания все более приближается к схеме без экстерналий.

3.2. Поведение в нуле: Два класса семейств

Итак, рассмотрим заданную схему φ и семейство (3.2), соединяющее ее с диагональной. Мы имеем дело с однопараметрическим семейством задач и, как следствие, равновесий в них. Будем называть их соответственно α -задачами и α -равновесиями. Интересующий нас вопрос — сравнительная статистика по введенному выше параметру α . В дальнейшем термины «схема наказания» и «функция издержек» употребляются как синонимы; для обозначения выделенной схемы наказания без экстерналий мы используем также термин «диагональная схема» или просто «диагональ»¹⁷.

Учитывая введенные выше обозначения, можно сформулировать α -задачу в форме, аналогичной задаче (2.20), (2.23), а именно:

$$b(q, \theta) - G_\alpha(q, q_{\text{cp}}) \longrightarrow \max_{q \geq 0}, \quad (3.3)$$

$$\int q(\theta, q_{\text{cp}}) dF(\theta) = q_{\text{cp}}. \quad (3.4)$$

Определим α -равновесие как такой набор $(q_{\text{cp}}^*(\alpha), q^*(\alpha, \theta))$, что при любом θ значение q , равное $q^*(\alpha, \theta)$, является решением задачи (3.3) и выполняется балансовое условие (3.4).

В силу свойств (3.2) все выводы раздела 2.3 о существовании и числе равновесий остаются справедливыми для α -задач.

¹⁶Хотя правильнее было бы называть его *слабостью* экстерналий.

¹⁷Напомним, что в действительности диагональная схема не может быть реализована; это не должно нас смущать, ибо в явном виде мы используем лишь сравнительную статистику вдоль кривой при небольших изменениях параметра α , т.е. при «движении в сторону диагональной схемы».

Вопрос, который интересует нас в настоящем исследовании, теперь формулируется следующим образом. Как меняется равновесный уровень коррупции $q_{\text{cp}}^*(\alpha)$, а также индивидуальные функции $q^*(\alpha, \theta)$ при изменении параметра α ?

Условия (3.2), относящиеся к семейству эволюционирующих функций издержек, допускают множество различных «сценариев», из которых мы выделим две группы, наиболее важные, на наш взгляд, в приложениях.

Первая из них соответствует случаю отсутствия скачка у функции φ в нуле, равно как и у всех функций семейства (3.2). Требования (3.2) предполагают графическую интерпретацию, представленную на рис. 3.3. Наложим на исходную схему условие, состоящее в

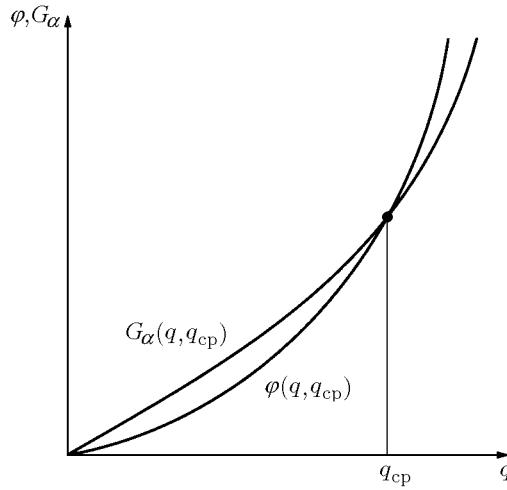


Рис. 3.3. Семейство $G_\alpha(q, q_{\text{cp}})$ в случае отсутствия скачка

том, что ее кривизна больше кривизны диагональной схемы, иначе говоря,

$$\forall q \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q^2}(q, q_{\text{cp}}) > \psi''(q). \quad (3.5)$$

Среди всевозможных семейств, соединяющих функцию φ с диагональю, рассмотрим такие, для которых по мере роста параметра α

кривизна по q убывает, т.е. типа изображенных на рис. 3.3¹⁸. Другими словами, потребуем, чтобы вторая производная по q убывала с ростом параметра α при каждом значении q . Этот случай анализируется в разделе 3.3.

Согласно второму сценарию при всех α функция $G_\alpha(q, q_{cp})$ имеет скачок в нуле. Далее возможны два варианта: когда скачок не зависит от α и когда он растет с возрастанием параметра α . (Убывать скачок не может в силу свойств (3.2), ибо

$$\varphi_0 = \lim_{q \rightarrow 0} \varphi(q, q_{cp}) \leq \lim_{q \rightarrow 0} G_\alpha(q, q_{cp}) = G_{\alpha 0}, \quad (3.6)$$

где $G_{\alpha 0}$ обозначает скачок в нуле у типичной функции семейства). Рисунки 3.4 и 3.5 иллюстрируют два описанных выше случая. Случай одинаковых скачков представляется маловероятным. Его реализация

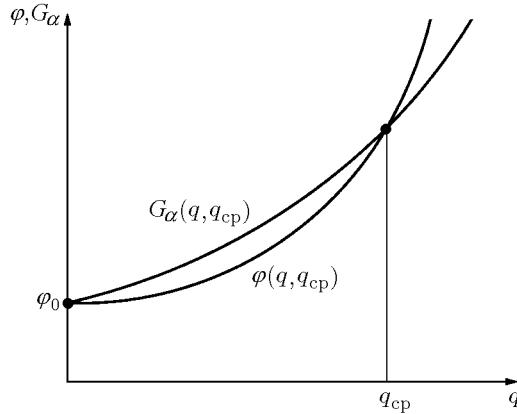


Рис. 3.4. Семейство функций $G_\alpha(q, q_{cp})$, когда скачок одинаковый (не зависит от α)

возможна, видимо, тогда, когда скачок в нуле связан *исключительно* с моральными издержками от нечестного поведения, не загрязненными даже «стадным чувством» агентов. В данной работе рассматривается только случай, когда скачок есть возрастающая функция параметра α .

Более того, в сферу нашего внимания попадут только те (исходные) схемы наказания, для которых *пределевые* издержки от коррупции

¹⁸Опять-таки, геометрически эти кривые соответствуют «плавному» приближению к диагонали.

при всех q больше *пределенных* издержек диагональной схемы, т.е.¹⁹

$$\forall q \geq 0 \quad \frac{\partial \varphi}{\partial q}(q, q_{cp}) > \psi'(q) = \frac{\partial \varphi}{\partial q}(q, q) + \frac{\partial \varphi}{\partial q_{cp}}(q, q). \quad (3.7)$$

(Заметим, что при подсчете предельных издержек диагональной схемы берется *полная производная*, а не производная по первому аргументу, отвечающая предельным издержкам исходной схемы при $q_{cp} = q$. Это же относится и к неравенству (3.5).)

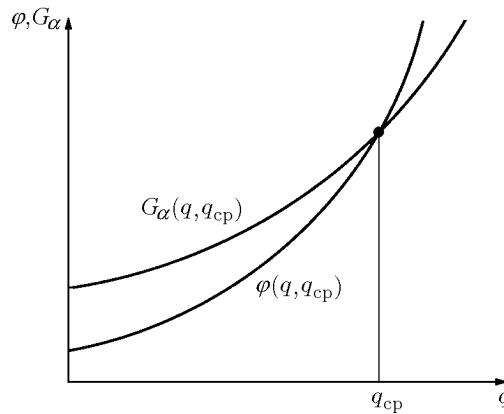


Рис. 3.5. Семейство функций $G_\alpha(q, q_{cp})$, когда скачок различный (при различных α)

По аналогии с предыдущими допущениями предположим, что по мере роста параметра α предельные издержки схем наказания монотонно убывают при любом q , от значения предельных издержек исходной схемы до значения предельных издержек схемы без экстерналий²⁰. Случаю, охарактеризованному выше, посвящен раздел 3.4.

3.3. Сравнительный анализ случая непрерывности в нуле

Итак, в данном разделе мы предполагаем, что все функции семейства (3.2) определены и непрерывны по q на всей полуоси $q \geq 0$, включая нуль. Как легко понять, свойства (3.2) вместе с условием,

¹⁹Подобное ограничение подсказано рис. 3.4.

²⁰Снова сошлемся на геометрическую интуицию в пространстве кривых, соединяющих исходную схему с диагональю: выбранный класс кривых обладает свойством, так сказать, «плавности» перехода.

наложенным на вторые производные функций семейства, сводятся к следующему набору требований:

$$G_\alpha(q, q_{\text{cp}}) \text{ определены и непрерывны на } [0, +\infty),$$

$$\forall \alpha \quad G_\alpha(0, q_{\text{cp}}) \equiv 0, \quad G_\alpha(q_{\text{cp}}, q_{\text{cp}}) \equiv \varphi(q_{\text{cp}}, q_{\text{cp}}),$$

$$\frac{\partial G_\alpha}{\partial q}(0, q_{\text{cp}}) \text{ возрастает по } \alpha, \quad (3.8)$$

$$\forall q \quad \frac{\partial^2 G_\alpha}{\partial q^2}(q, q_{\text{cp}}) \text{ убывает по } \alpha,$$

$$G_0(q, q_{\text{cp}}) \equiv \varphi(q, q_{\text{cp}}), \quad G_1(q, q_{\text{cp}}) \equiv \psi(q).$$

Наша цель — проанализировать, как меняется решение задачи (3.3), (3.4) при возрастании параметра α . Напомним (см. раздел 2.3), что в устойчивом равновесии долгосрочный средний уровень коррупции меняется в ответ на изменение параметров в том же направлении, что и краткосрочный, получивший название функции реакции $\Psi(q_{\text{cp}})$, причем результат долгосрочного эволюционирования *пребосходит* по модулю краткосрочный. Поэтому для ответа на интересующий нас вопрос следует изучить поведение функции реакции $\Psi(\alpha, q_{\text{cp}})$ как функции двух аргументов при изменении параметра α .

Вспомним, что функция реакции задается формулой

$$\Psi(\alpha, q_{\text{cp}}) = \int q(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}) dF(\theta), \quad (3.9)$$

где $q(\alpha, \theta, q_{\text{cp}})$ — мгновенная реакция агента типа θ в ответ на рост параметра α , т.е. решение задачи (3.3) при заданном q_{cp} .

Таким образом, нас интересует в конечном счете индивидуальное поведение агентов-бюрократов различных типов в ответ на рост параметра α . В случае, когда функции издержек предполагаются непрерывными, соотношение (3.3) эквивалентно следующим *условиям первого порядка*:

$$\frac{\partial b}{\partial q}(q, \theta) \leq \frac{\partial G_\alpha}{\partial q}(q, q_{\text{cp}}) \quad (3.10)$$

с точным равенством при $q > 0$.

Напомним, как выглядят условия первого порядка для исходной за-

дач:

$$\frac{\partial b}{\partial q}(q, \theta) \leq \frac{\partial \varphi}{\partial q}(q, q_{cp}) \quad (3.11)$$

с точным равенством при $q > 0$.

Левая часть условий первого порядка не изменилась, потому что коррупционные возможности остались прежними, а вот правая часть подверглась изменениям. Для того чтобы проанализировать эти изменения, обратимся к графической интерпретации условий первого

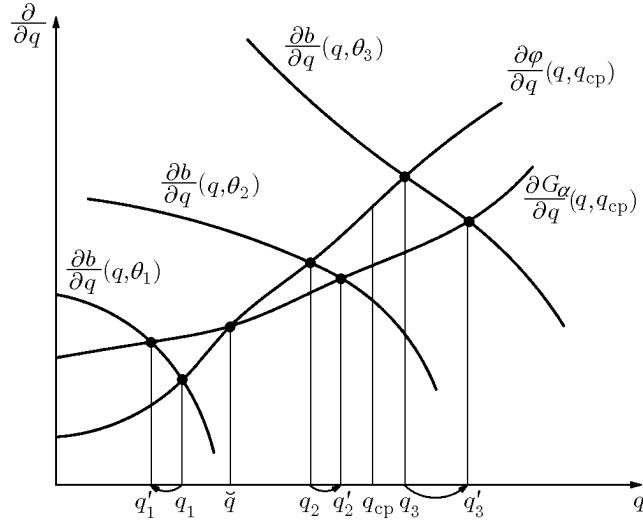


Рис. 3.6. Эффект роста параметра α в случае отсутствия скачка ($\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$)

порядка, представленной на рис. 3.6 (сетка убывающих кривых — это предельный выигрыш от коррупции при различных θ , а две возрастающие кривые — предельные издержки при нулевом и ненулевом значениях параметра α , что соответствует исходной задаче и одной из задач семейства).

Требования (3.8) подразумевают, что

$$\frac{\partial G_\alpha}{\partial q}(q_{cp}, q_{cp}) < \frac{\partial \varphi}{\partial q}(q_{cp}, q_{cp}). \quad (3.12)$$

Можно смело сказать, что формула (3.12) — это ключевое наблюдение настоящей работы.

Легко понять также, что существует единственная точка пересечения двух кривых предельных издержек. Обозначим точку пересечения этих кривых $\check{q}(\alpha)$. Таким образом, имеем

$$\frac{\partial G_\alpha}{\partial q}(\check{q}(\alpha), q_{cp}) = \frac{\partial \varphi}{\partial q}(\check{q}(\alpha), q_{cp}) \quad (3.13)$$

и $0 < \check{q}(\alpha) < q_{cp}$. Истинность нижеследующего утверждения теперь не вызывает сомнения²¹.

Утверждение 3.2. С ростом параметра α агенты, чей выбор в исходной задаче лежал левее \check{q} , снижают степень своей коррумпированности (либо по-прежнему воздержатся от коррупции, если $q^*(\theta) = 0$); остальные, напротив, повышают его²². Иными словами,

$$\begin{aligned} q^*(\theta) < \check{q} &\implies q(\alpha, \theta, q_{cp}^*) < q^*(\theta), \\ q^*(\theta) > \check{q} &\implies q(\alpha, \theta, q_{cp}^*) > q^*(\theta). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Интуитивно агенты, чьи коррупционные возможности были сравнительно неплохими, решают увеличить степень своей коррумпированности, потому что по мере роста параметра α «атака» на них ослабевает. Наоборот, агенты со скучными коррупционными возможностями могут найти для себя выгодным снизить уровень вовлеченности, ибо они теперь в большей степени подвержены «гонениям»²³. В результате оказывается, что в краткосрочной перспективе увеличивается *дифференциация* выборов агентов различного типа, что полезно иметь в виду.

Что касается краткосрочной полезности агентов, то справедливо следующее утверждение.

²¹Исследование поведения функции $\check{q}(\alpha)$ — важная задача, которая может быть рассмотрена в рамках общего *инфinitезимального* анализа построенной модели.

²²Действительно, пусть, например, $q^*(\theta) < \check{q}$. Тогда правая часть (3.10) больше левой в точке изначального выбора агента. В силу того что с ростом q левая часть (3.10) убывает, а правая возрастает, новый выбор агента лежит левее старого. Случай $q^*(\theta) > \check{q}$ аналогичен.

²³Заметим, однако, что здесь налицо всегда два эффекта повышения степени вовлеченности: эффект дохода (больший суммарный сбор взяток) и эффект наказания. Поэтому *a priori* результирующий эффект не очевиден. Как мы увидим, в следующем разделе выводы окажутся иными.

Утверждение 3.3. *При незначительном росте параметра α полезность агентов, чей выбор в исходной задаче был ниже среднего, падает, полезность остальных агентов растет.*

Точная формулировка этого утверждения и его доказательство в настоящей работе не приводятся. Интуитивно же мы сталкиваемся с таким эффектом: изменение полезности агента-бюрократа при незначительном изменении параметра α определяется тем, в какую сторону меняется функция издержек. Поэтому в силу свойств (3.2) агенты, чей выбор $q < q_{\text{ср}}$, «страдают», в то время как остальные от варьирования схемы наказания выигрывают.

Мы достаточно подробно описали картину индивидуального поведения агентов. Однако основной вопрос состоит в том, что же происходит в результате со средним уровнем коррупции. Поскольку *a priori* различные агенты реагируют по-разному, однозначного вывода сделать нельзя. Тем не менее заметим, что, так как $\check{q} < q_{\text{ср}}$, можно ожидать большего числа агентов, увеличивающих свой выбор. Придать точный смысл данному утверждению можно двумя принципиально разными способами. А именно, приведем две альтернативные формулировки условий, достаточных для роста среднего уровня коррупции в системе.

Теорема 4. *Если в равновесии выбор любого агента не меньше \check{q} , т.е. $\forall \theta$ выполняется неравенство $q(\theta, q_{\text{ср}}) \geq \check{q}$, то средний уровень коррупции $q_{\text{ср}}$ однозначно растет с ростом параметра α .*

Для доказательства этой теоремы заметим, что при сформулированных условиях все агенты в краткосрочной перспективе увеличивают степень своей вовлеченности в коррупцию и, соответственно, кривая Ψ сдвигается вверх. Как мы знаем, это приводит к росту равновесного среднего уровня коррупции. Отсюда немедленно вытекает, что, если агенты в экономике *одинаковы*, равновесный уровень коррупции вырастет вследствие снижения экстернального эффекта, вызванного внедрением новой схемы наказания. Более того, даже если агенты разные, но их выбор в равновесии одинаков, утверждение теоремы 4 остается в силе.

Необходимо обратить внимание на то, что проведенный выше анализ относится к случаю *внутреннего* равновесия, т.е. равновесия с *ненулевым* уровнем коррупции. Что касается *бескоррупционного* равновесия, то его обстоятельный анализ выходит за рамки настоящей работы. Отметим только, что бескоррупционное равновесие может перестать быть устойчивым из-за децентрализации!

Для альтернативной формулировки достаточных условий введем понятие функции прироста коррумпированности, характеризующей, насколько изменяется выбор агента в зависимости от его типа. Обозначим эту функцию $\Delta q(\alpha, \theta)$. Таким образом, имеем

$$\Delta q(\alpha, \theta) = q(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}^*) - q^*(\theta), \quad (3.15)$$

где, напомним, $q^*(\theta)$ обозначает выбор агента в исходной задаче (см. раздел 2.3).

Упростим слегка постановку задачи, считая, что агенты распределены по типам *равномерно*²⁴. Теперь мы в состоянии указать условия, достаточные для роста среднего уровня коррупции.

Теорема 5. *Средний уровень коррупции растет, если Δq — выпуклая по θ функция, а выбор среднего агента, имеющего тип θ_{cp} , не ниже \bar{q} .*

Доказательство этой теоремы излагается в Приложении. Там же обсуждается альтернативная формулировка теоремы, связанная с иным способом параметризации агентов в системе, при котором тип агента — это его исходный выбор $q^*(\theta)$. Подобная интерпретация позволяет вовсе избавиться (ценой потери интуитивной прозрачности) от второго условия теоремы. (Заметим, впрочем, что это условие теоремы — не слишком сильное: при $\bar{q} < q_{\text{cp}}$ естественно ожидать, что выбор среднестатистического агента не окажется намного ниже среднего уровня коррупции.)

Условия выпуклости функции прироста, будучи удобными с теоретической точки зрения, интуитивно соответствуют, видимо, случаю большой дисперсии коррупционных возможностей. Приняв эту интерпретацию, мы видим, что в двух крайних случаях (приблизительного равенства и большой дисперсии коррупционных возможностей) теорема о росте среднего уровня коррупции верна.

В общем случае, судя по всему, нетрудно сконструировать контрпример, однако вряд ли он будет выглядеть «натурально». Как правило, в случае отсутствия скачка в нуле у функции издержек следует ожидать роста среднего уровня коррупции в ответ на вариацию схемы наказания, снижающую силу экстернального эффекта.

Рассмотрим теперь, какие видоизменения несет в себе случай, когда функция издержек разрывна в нуле.

²⁴Случай абсолютно непрерывного распределения агентов автоматически сводится к данному: меняется просто форма функции $b(q, \theta)$. Легко понять, что при этом остаются справедливыми свойства (2.18).

3.4. Сравнительный анализ при наличии скачка

Переходя к анализу семейств функций издержек (3.2) со скачком в нуле, полезно суммировать сделанные нами предположения относительно их свойств (в дальнейшем мы иногда используем обозначение $G(\alpha, q, q_{cp})$ как синоним стандартного):

$G_\alpha(q, q_{cp})$ определены и непрерывны на $(0, +\infty)$,

$$G_\alpha(q_{cp}, q_{cp}) \equiv \varphi(q_{cp}, q_{cp}), \quad \forall q \quad \frac{\partial G_\alpha}{\partial q}(q, q_{cp}) \text{ убывает по } \alpha, \quad (3.16)$$

$$G_0(q, q_{cp}) \equiv \varphi(q, q_{cp}), \quad G_1(q, q_{cp}) \equiv \psi(q).$$

По сравнению со случаем, рассмотренным в разделе 3.3, условия первого порядка (3.10) не определяют решения задачи. Подобно тому как это делалось в разделе 2.3, введем двойные обозначения. Пусть q_{cp}^* и $\bar{q}^*(\theta)$ обозначают равновесие и функцию выбора агентов в начальной задаче, а $q^*(\theta)$ — функцию промежуточного выбора агентов в исходном равновесии, удовлетворяющую условиям первого порядка (2.22). Аналогично, пусть $q(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$ обозначает однопараметрическое семейство, удовлетворяющее условиям первого порядка

$$\frac{\partial b}{\partial q}(q, \theta) \leq \frac{\partial G_\alpha}{\partial q}(q, q_{cp}) \quad (3.17)$$

с точным равенством при $q > 0$

для различных значений α и $q_{cp} = q_{cp}^*$ ²⁵. И пусть $\bar{q}(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$ есть настоящее решение задачи агента (3.3) для $q_{cp} = q_{cp}^*$, совпадавшее с $q(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$ в задаче без скачка. Будем также использовать сокращенные обозначения $q(\alpha, \theta)$ и $\bar{q}(\alpha, \theta)$, соответственно.

Перейдем к полезностям агентов. Как и прежде, назовем *результатирующей полезностью* агента его полезность при выборе $q(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$ вместо $\bar{q}(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$:

$$U(\alpha, \theta) = b(q(\alpha, \theta), \theta) - G(\alpha, q(\alpha, \theta), q_{cp}^*) - G_0(\alpha), \quad (3.18)$$

где $G_0(\alpha)$ — скачок в нуле, который в силу предположений (3.16) растет по α . Соответственно, *истинной полезностью* $\bar{U}(\alpha, \theta)$ назовем

²⁵Как и раньше, мы исследуем краткосрочный эффект, памятую о том, что в долгосрочной перспективе он усиливается.

результат истинной максимизации, т.е. выбора $\bar{q}(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$:

$$\overline{U}(\alpha, \theta) = U(\alpha, \theta)_+ = \begin{cases} U(\alpha, \theta) & \text{при } U(\alpha, \theta) \geq 0 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3.19)$$

Пусть $U^*(\theta)$ и $\overline{U}^*(\theta)$ — результирующая и истинная полезности агента с типом θ в исходном равновесии.

Исследуем индивидуальное поведение агентов в ответ на рост α . Начнем со следующего утверждения.

Утверждение 3.4. *С ростом параметра α промежуточный выбор всех агентов $q(\alpha, \theta, q_{cp}^*)$ растет (или, возможно, сохраняется на нулевом уровне).*

Доказательство этого утверждения аналогично доказательству утверждения 3.1 и может быть опущено. Суть в том, что в данном случае кривая предельных издержек по мере роста параметра α монотонно «съезжает» вниз (рис. 3.7); поэтому выбор агентов «съезжает» вправо.

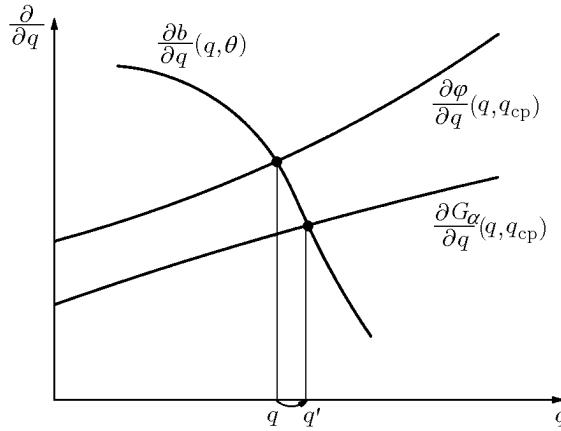


Рис. 3.7. Эффект роста параметра α на промежуточном выборе агентов при наличии скачка

Истинный же выбор агентов определяется формулой

$$\bar{q}(\alpha, \theta, q_{cp}^*) = \begin{cases} q(\alpha, \theta, q_{cp}^*) & \text{при } U(\alpha, \theta) \geq 0 \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (3.20)$$

что в силу утверждения 2.1 эквивалентно следующей ступенчатой форме:

$$\bar{q}(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}^*) = \begin{cases} q(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}^*) & \text{при } \theta \geq \bar{\theta}(\alpha) \\ 0, & \text{при } \theta < \bar{\theta}(\alpha), \end{cases} \quad (3.21)$$

где функция $\bar{\theta}(\alpha)$ удовлетворяет уравнению $U(\alpha, \bar{\theta}(\alpha)) = 0$. Поэтому перейдем к анализу результирующей полезности.

Утверждение 3.5. Приращение результирующей полезности агентов есть монотонная функция их типа θ . Результирующая полезность всех агентов, выбор которых изначально не превосходил q_{cp} , монотонно падает с ростом параметра α .

Опять-таки, строго говоря, это верно лишь в инфинитезимальном смысле слова. Доказательство (и точную формулировку) утверждения 3.5 мы здесь не приводим.

Что же касается порогового значения $\bar{\theta}(\alpha)$, то его поведение *a priori* неоднозначно. Из утверждения 3.5 следует, что если функция $\bar{q}(\alpha) = q(\alpha, \bar{\theta}(\alpha)) < q_{\text{cp}}$, то пороговое значение $\bar{\theta}(\alpha)$ однозначно растет. В противном случае оно может и снижаться, особенно если $\bar{q}(\alpha) = q(\alpha, \bar{\theta}(\alpha)) \gg q_{\text{cp}}$, что соответствует случаю относительно небольшого процента «очень наглых бюрократов».

Сформулируем точное утверждение, доказательство которого в настоящей работе мы также опускаем.

Утверждение 3.6. Производная от порогового значения $\bar{\theta}(\alpha)$ задается формулой

$$\bar{\theta}'(\alpha) = \frac{\frac{\partial G}{\partial \alpha}(\bar{q}(\alpha)) + \frac{\partial G_0}{\partial \alpha}}{\frac{\partial b}{\partial \theta}(\bar{q}(\alpha))}. \quad (3.22)$$

Переходя к вопросу динамики среднего уровня, вспомним определение функции реакции (3.9), которое, учитывая (3.21), запишем в виде

$$\Psi(\alpha, q_{\text{cp}}^*) = \int_{\theta} \bar{q}(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}^*) dF(\theta) = \int_{\theta} q(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}^*) dF(\theta). \quad (3.23)$$

Поведение истинного выбора $\bar{q}(\theta, q_{\text{cp}}^*)$ для случаев роста и снижения порогового значения $\bar{\theta}(\alpha)$ иллюстрируется рис. 3.8. Обратившись к графической интерпретации, представленной на рисунке, сформули-

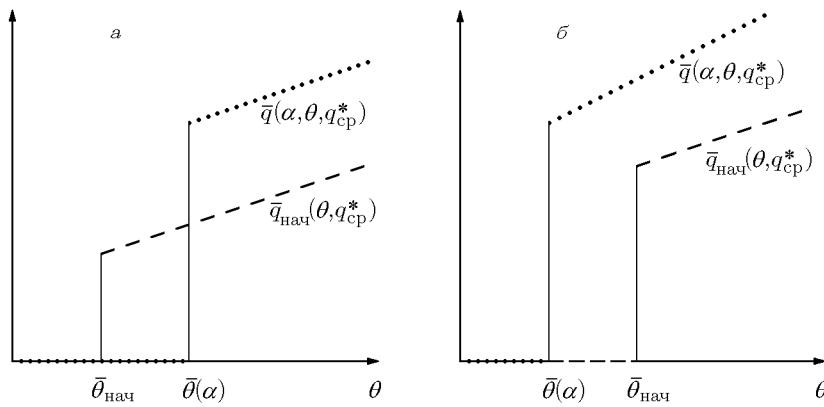


Рис. 3.8. Поведение истинного выбора $\bar{q}(\theta, q_{\text{cp}}^*)$ в случаях роста (a) и снижения (б) порогового значения $\bar{\theta}(\alpha)$

руем основную теорему, дающую достаточные условия роста среднего уровня коррупции в системе в случае наличия скачка в нуле у функции издержек.

Теорема 6. *Если пороговое значение $\bar{\theta}(\alpha)$ падает с ростом параметра α , то средний уровень коррупции в системе однозначнорастет.*

Доказательство этой теоремы тривиально: в коррупцию вовлекаются новые агенты, а старые повышают степень своей коррумпированности. Ситуация неопределенная, если условие теоремы не выполняется. Зато в этом случае однозначно растет дифференциация в выборах различных агентов: коррупционеров становится меньше, но они занимаются коррупцией более интенсивно.

На этом мы завершаем анализ построенной модели коррупционных отношений в экономике, несмотря на то что многие вопросы остаются открытыми. Будущие исследования помогут заполнить имеющиеся пробелы. В следующем разделе мы суммируем полученные в процессе исследования результаты и дадим им содержательную интерпретацию, что поможет охарактеризовать их практическую значимость.

4. РЕЗЮМЕ. ВЫВОДЫ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ

В предыдущих разделах настоящей работы была построена модель коррупционных отношений в экономике, в которой принимались во внимание два фактора коррупции: *фундаментальный* (связанный с экономическими и институциональными характеристиками исследуемой системы) и *социetalный* (проистекающий из игровых аспектов взаимодействия чиновников-коррупционеров, т.е. связанный с возникающими в системе *экстерналиями*).

В подавляющем большинстве книг и статей, посвященных коррупции, анализируется влияние только одного из вышеописанных факторов (обзор литературы см. в разделе 5). Поскольку фундаментальный и социальный факторы во многом *взаимосвязаны*, предлагаемая в нашем исследовании модель сама по себе служит определенным вкладом в понимание природы и сущности коррупционных отношений.

Предположение о *выборе* чиновником степени коррумпированности и зависимости степени наказания от его выбора, а также от среднего уровня коррупции в системе поверхности обсуждалось в работе (Sah, 1991), посвященной проблемам преступности, но в ином ключе. В частности, связь с такими фундаментальными экономическими характеристиками, как производственный процесс, в литературе не обсуждалась, по крайней мере с позиций возникающих экстерналий, что является наиболее существенным моментом нашего исследования.

Детально анализируя построенную модель коррумпированной экономики, мы доказали существование по крайней мере одного устойчивого равновесия. При этом, как отмечалось, в стандартной ситуации, помимо коррупционного, имеется еще одно устойчивое равновесие — с нулевым уровнем коррупции. Оставляя последнее в стороне, мы далее сосредоточили свое внимание на коррупционном равновесии. Оказалось, что в долгосрочной перспективе коррупционное равновесие характеризуется *кумулятивным эффектом* в ответ на антикоррупционные меры: краткосрочный эффект с течением времени увеличивается по модулю, действуя в том же направлении.

Мы охарактеризовали поведение агентов в равновесии. Выяснилось, что функция выбора агентов непрерывна, если функция издержек от коррупции непрерывна в нуле, и имеет ступенчатую форму в случае,

когда в функции издержек присутствует постоянная составляющая (скачок в нуле).

Основной же целью нашего исследования было сравнение эффективности различных схем наказания в рамках построенной и изученной модели. Мы показали, что, будучи ограниченной фиксированным бюджетом, власть тем не менее имеет достаточную свободу в выборе *шаблона распределения* выделенных средств — в зависимости от поступающих сигналов о коррумпированности тех или иных чиновников. Условие постоянства бюджета учитывалось определенным образом, хотя и не в точной форме.

Центральная роль в исследовании отводилась схеме наказания, которая обладала тем свойством, что не учитывала вовсе внешних эффектов (экстерналий), неизбежно возникающих в реальной ситуации между различными бюрократами. Эта схема не может быть осуществлена на практике, а потому носит лишь воображаемый характер и служит своеобразным *эталоном*, к которому надо или не надо стремиться.

Основной вопрос работы как раз и заключается в последнем, т.е. следует ли центральной власти при выборе конкретной схемы наказания пытаться приблизиться к схеме без экстерналий или же, наоборот, в явном виде использовать экстерналии «в мирных целях». Было обнаружено, что ответ на этот вопрос неоднозначен и во многом зависит от свойств системы, в том числе и от того, характеризуется ли функция издержек скачком в нуле.

Основные выводы (на языке экономической политики), вытекающие из результатов настоящего исследования, можно сформулировать следующим образом.

- В случае, когда предполагается, что постоянная составляющая в функции издержек отсутствует и, значит, *почти* честное поведение агентов-бюрократов практически не влечет издержек, центральная власть должна считаться с тем фактом, что снижение роли внешних эффектов с необходимостью приводит к повышению *дифференциации* (т.е. разброса) в выборах различных агентов. Более того, в такой ситуации обязательно пострадают *скромные* чиновники, а *наглые* только выигрывают. Средний уровень коррупции, вероятно, повысится. Поэтому, судя по всему, при выработке антикоррупционной политики центральной власти следует *полагаться* на возникающие экстерналии.
- В случае, когда, напротив, считается, что постоянная составляющая в функции издержек присутствует, центральная власть должна

принимать во внимание, что снижение роли экстерналий приводит к более высоким взяткам и более интенсивной нелегальной деятельности у тех, *кто остается коррумпированным*. Если к тому же на рынок незаконных услуг придут новые агенты, средний уровень коррупции заведомо подскочит. Наоборот, если многие агенты откажутся от коррупции, средний уровень может упасть, но тогда значительно возрастет разброс коррумпированности.

Подводя итог, скажем, что выбор конкретной схемы наказания требует глубокого понимания ситуации, в которой принимается решение, — с учетом всего вышеизложенного. Проведенный в настоящей работе анализ может облегчить задачу центральной власти.

Следующий раздел содержит краткий обзор научных исследований на близкие темы.

5. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И МЕСТО НАСТОЯЩЕГО ИССЛЕДОВАНИЯ

В предыдущих разделах мы прежде всего классифицировали (вслед за Полтеровичем (1998)) факторы коррупции. При этом мы особо подчеркивали важность *одновременного* проявления двух факторов: фундаментального (плюс организационного), с одной стороны, и социального — с другой. Как уже отмечалось, за исключением статьи (Acemoglu, Verdier, 1997), большинство публикаций по теме коррупции апеллируют к факторам только одного типа. Тем не менее представляется полезным дополнить вышеизложенные результаты обзором литературы, включающим краткую характеристику (с позиций сегодняшнего дня) содержания тех работ, которые непосредственно связаны с настоящим исследованием. Удобно разделить эти работы на три основных класса.

5.1. Присвоение ренты. Коррупция с позиций несовершенства среды

Первая попытка изучения факторов коррупции сделана Роз-Акерман в основополагающей книге (Rose-Ackerman, 1978) и статье (Rose-Ackerman, 1975), в которой фактически впервые была представлена точная модель рынка коррупционных услуг (хотя и в достаточно общей форме), учитывая влияние фактора моральных издержек и фактора возможного наказания, а также дано описание множества

допустимых взяток, раскрыт механизм принятия коррупционного решения чиновником.

Помимо этого, в статье (Rose-Ackerman, 1975) исследовано влияние организационных факторов: изменение уровня коррупционной активности в зависимости от специфики иерархической организации бюрократов. При этом показано, что в одних случаях коррупция не представляет опасности, ибо неосуществима на практике, а в других, напротив, ее распространение весьма вероятно; предложены различные антикоррупционные меры.

В свете настоящего исследования важно отметить, что автор цитированной выше статьи делает акцент на коррупции в производстве (конкретно — на проблеме выбора фирмы, выполняющей госзаказ). В книге (Rose-Ackerman, 1978) материал по теме коррупции систематизирован с позиций фундаментальных и организационных факторов, различные формы коррупции классифицированы и подвергнуты обстоятельному анализу.

Вопросам сравнительного анализа различных антикоррупционных мер в плане «организации производства коррупции» посвящена наглядная статья (Shleifer, Vishny, 1993). В отличие от настоящего исследования в этой статье рассматриваются в основном случаи вымогательства взяток за выполнение деятельности, которую бюрократ и так обязан выполнять по закону. Игнорируя возможность поимки и наказания чиновников, авторы работы (Shleifer, Vishny, 1993) описывают три принципиально различные формы бюрократической организации, строго упорядоченные с точки зрения ущерба от коррупции в них (в порядке возрастания степени вредоносности): 1) конкуренция чиновников; 2) единая монополия на все виды взяток (например, мафия или Коммунистическая партия Советского Союза); 3) независимые (дополняющие) монополии. Кроме того, в этой работе обсуждаются негативные последствия необходимой секретности, подпольности рынка коррупционных услуг, а также показывается, что коррупция может блокировать научно-технический прогресс.

Недавно Гуриев (Gutiev, 1998) провел исследование на тему важности структуры бюрократической организации для формирования уровня коррупции и масштабов бюрократической волокиты.

В настоящей работе систематическому анализу подвержен эффект от экстернализий, возникающих между бюрократами, вовлеченными в коррупцию. Можно рассматривать и другие виды *отклоняющегося* поведения, например присвоение ренты. Совместно с Полищуком (Polishchuk, Savvateev, 1997), нами проведен «социологический анализ» явления присвоения ренты, созвучный некоторым аспектам данного

исследования и даже во многом предвосхитивший его (см. также (Savateev, 1998)). Мы изучали в обобщенном виде явление присвоения ренты (*rent-seeking*), базируясь в моделировании присвоения на основополагающих работах (Tullock, 1980; Skaperdas, 1996). При этом мы исходили из того, что агентам в экономике доступны два вида деятельности: производство и перераспределение, причем общеизвестно, что некая фиксированная доля произведенного в системе продукта перераспределяется. Производственная функция есть функция одного аргумента — «ресурса», и тот же ресурс используется в перераспределительной деятельности. Отдача на масштаб в производстве падает, а в присвоении постоянна. Она формируется таким образом, чтобы в равновесии количество «присвоенного» в точности совпадало с количеством «изъятого из производства».

Конечно, институциональный запрет на перераспределение является желательным, ибо приводит к обогащению экономики в целом: все ресурсы идут в производство и не «распыляются» безвозвратно. Однако оказывается, что при некоторых условиях часть агентов (даже больше половины) может не желать реформы, ибо их личное благосостояние уменьшится из-за запрета на перераспределительную деятельность. (В статье (Glaser, 1993), правда, в совершенно иной постановке, демонстрируется, что при определенных условиях на выборах может быть избран кандидат, в программу которого не входит исключение либо уменьшение объема рент в экономике.) Соответственно, реформа может тормозиться. Нами также получены условия, при которых реформа, напротив, является парето-улучшением. Коротко говоря, эти условия состоят в том, чтобы отдача на масштаб в производстве падала не слишком быстро.

На основе похожей модели Полтерович (Polterovich, 1998) дает ответ на вопрос о стабильности и степени «общественной эффективности» коррупционных равновесий. Спрашивается, может ли быть выгодным для производителей коррупционное равновесие? И здесь выясняется, что дать однозначный ответ «конечно, нет!» нельзя — все зависит от конкретных экономических условий. Если налоговое бремя чрезмерно и неэффективно, возможна ситуация, когда просто все агенты заинтересованы в некой разумной степени коррумированности чиновников.

Близкой тематике посвящена работа Эрикссона (Ericsson, 1983). Изучая советскую теневую экономику, автор пришел к выводу, что ее наличие при определенных условиях обеспечивает парето-улучшение экономической ситуации. Фактически «взятки очищают рынок» — этот мотив популярен для чрезмерно централизованных экономических систем.

5.2. Коррупция с позиций социетального подхода

В последнее время довольно большое внимание уделяется социетальному подходу, когда причину устойчивости и широкого распространения коррупции в обществе находят в характерных шаблонах поведения, принятых издавна, или в природе взаимосвязей и позитивных экстерналий в среде коррупционеров, в игровых аспектах их взаимоотношений. Работа Полтеровича (1998) фактически является отправной точкой нашего исследования. Основной результат этой работы заключается в том, что смена равновесия с «плохого» на «хорошее» может быть достигнута краткосрочным внедрением очень жесткой антикоррупционной программы.

К аналогичному выводу в рамках модели перекрывающихся поколений пришел Луи (Lui, 1986). Тироль еще более категоричен. В статье (Tirol, 1996) он анализирует явление коррупции с позиций так называемой коллективной репутации, когда взаимодействуют два типа агентов, все агенты одного типа составляют социальную группу и агенты другой группы их частично «отождествляют». Однако, помимо коллективной репутации и выгоды от ее поддержания на высоком уровне, существует еще личная заинтересованность агентов.

На основе весьма прозрачной модели Тироль продемонстрировал, как стимул к коррупционному поведению агентов в течение очень короткого промежутка времени определяет порой всю дальнейшую историю — коррупция укореняется как общественное явление. В подобной ситуации даже очень жесткая политика, будучи примененной в течение небольшого промежутка времени, не дает желаемого результата: коррупция возобновляется в системе после «ослабления рычагов», потому что репутация есть вещь инерционная.

В статье (Biccieri, Rovelli, 1995), напротив, показывается, как при определенных условиях стабильное, на первый взгляд, коррупционное равновесие может стать неустойчивым и со временем смениться равновесием без коррупции при наличии некоторого числа агентов, никогда не берущих взяток.

Наконец, особо следует выделить работу (Acemoglu, Verdier, 1997), ибо в ней при описании коррумпированной экономики учтены оба фактора коррупции. Авторы моделируют экономику, в которой существуют две различные технологии: одна хорошая (ибо производит положительные экстерналии), другая, напротив, плохая. В конкурентном равновесии все выберут плохую технологию («дилемма заключенного»). Чтобы этого не случилось, из потенциальных

производителей нанимаются бюрократы, которые должны следить за выбором фирмами правильной технологии. Однако эти бюрократы могут брать взятки и сообщать вышестоящим органам неверную информацию.

При моделировании процесса слежки авторы цитированной выше работы учитывали количественные экстерналии: чем больше подозреваемых на одного бюрократа, тем сложнее отслеживать. В предположении гетерогенности бюрократов оказывается, что даже оптимальное государственное устройство предусматривает слишком большой штат чиновников, повышенные зарплаты в госсекторе и определенный ненулевой уровень коррупции.

5.3. Преступление и наказание, налогоуклонение

Еще один класс работ, тесно связанный с темой настоящего исследования, посвящен общей проблеме «преступление — наказание» и ее популярному частному случаю — налогоуклонению. В подобных работах акцент делается на том, какую схему наказания имплементировать, чтобы либо предотвратить преступность, либо уравнять предельные издержки от нее с предельными издержками от ведения борьбы с ней, т.е. достичь «оптимального уровня преступности».

Основополагающей работой по тематике «преступление — наказание» считается объемная статья (Becker, 1968). Несколько иной взгляд преподносится в работе (Sah, 1991), существенно повлиявший на наш подход к построению модели. Из публикаций по проблеме коррупции в налоговых органах наиболее близкими к теме данного исследования являются, например, работы (Васин, Панова, 2000; Chander, Wilde, 1992; Sanchez, Sobel, 1993).

ПРИЛОЖЕНИЕ

А. Доказательство теоремы 1

Выпишем лагранжиан для задачи (2.5):

$$\begin{aligned} \Lambda(q_{ij}, \lambda, \mu_j) = & \sum_j b_{ij}(q_{ij}) - \lambda \left(\sum_j q_{ij} - q_i \right) - \sum_j \mu_j q_{ij}, \\ & \mu_j \leq 0, \quad \lambda \geq 0. \end{aligned} \tag{П.1}$$

В силу вогнутости функций b_{ij} необходимыми и достаточными условиями максимума будут условия первого порядка

$$\begin{aligned} b'_{ij}(q_{ij}) - \lambda - \mu_j &= 0, \quad j = 1, \dots, N_i, \\ \mu_j q_{ij} &= 0, \quad j = 1, \dots, N_i, \\ \lambda \left(\sum_j q_{ij} - q_i \right) &= 0. \end{aligned} \tag{П.2}$$

Фактически это сводится к тому, что либо $\lambda = 0$, либо для всех ненулевых q_{ij} выполнено равенство

$$b'_{ij}(q_{ij}) \equiv \lambda, \tag{П.3}$$

а при остальных j производная $b'_{ij}(0) < \lambda$.

В первом случае для всех j имеем $b'_{ij}(q_{ij}) = 0$, т.е. все q_{ij} находятся на уровне насыщения функций b_{ij} . Такая ситуация может быть равновесием в случае, если выбранный бюрократом объем незаконных услуг q_i слишком велик: $q_i \geq \sum_j q_{ij}$ при любых допустимых масштабах оказания незаконных услуг¹.

В противном случае этого не происходит, и при малых значениях λ сумма $\sum_j q_{ij}(\lambda) > q_i$. Мы хотим подобрать такое значение λ , при котором $\sum_j q_{ij}(\lambda) = q_i$, где $q_{ij}(\lambda)$ обозначает решение (П.3) или нуль. Легко понять, что функции $q_{ij}(\lambda)$ невозрастающие и непрерывные

¹Как видно из анализа равновесий в модели взаимодействующих бюрократов, этот случай не реализуется: ни один бюрократ никогда не выберет такое значение q_i до тех пор, пока издержки от коррупционной деятельности возрастают по этому аргументу.

(опять-таки вследствие свойств b_{ij}) и, значит, таковой является их сумма. При $\lambda > \max_j(b'_{ij}(0))$ сумма обратится в нуль. Поэтому существует одно и только одно значение λ , удовлетворяющее условиям (П.2) и, следовательно, дающее (вместе с $q_{ij}(\lambda)$) решение задачи (2.5).

Интуиция происходящего совершенно прозрачна. В этой задаче λ представляет собой не что иное, как теневую цену услуги бюрократа. В «равновесии» цена услуги бюрократа складывается таким образом, чтобы общий объем услуг, оказанных разным производителям, совпадал с заранее выбранным значением q_i . Если при этом некоторые производители недостаточно состоятельны, чтобы обеспечить бюрократу такую цену, они окажутся «отлученными от кормушки», т.е. для них $q_{ij} = 0$.

Обозначим в дальнейшем теневую цену услуги за $\lambda(q_i)$, результирующие объемы услуг — за $q_{ij}(q_i)$, а множество значений j , для которых $q_{ij} \neq 0$, — за J . Исключим также из рассмотрения малоинтересный случай $\lambda = 0$.

Займемся изучением поведения функции $b_i(q_i) = \sum_{j \in J} b_{ij}(q_{ij}(q_i))$. Дифференцируя эту функцию по q_i , в силу условий первого порядка получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_i}{\partial q_i} &= \sum_{j \in J} \frac{\partial b_{ij}(q_{ij}(q_i))}{\partial q_i} = \sum_{j \in J} \left(\frac{\partial b_{ij}}{\partial q_{ij}}(q_{ij}(q_i)) \frac{\partial q_{ij}(q_i)}{\partial q_i} \right) = \\ &= \lambda \sum_{j \in J} \frac{\partial q_{ij}(q_i)}{\partial q_i} = \lambda \frac{\partial \sum_{j \in J} q_{ij}(q_i)}{\partial q_i} = \lambda \frac{\partial q_i}{\partial q_i} = \lambda. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Поэтому легко понять, что первая производная $b'_i(q_i) > 0$ и что $b'_i(0) = \max_j(b'_{ij}(0))$, ибо из доказательства существования и единственности решения задачи (2.5) можно усмотреть, что $\lambda \rightarrow \max_j(b'_{ij}(0))$ при $q_i \rightarrow 0$.

Осталось проанализировать поведение второй производной $b''_i(q_i)$. В силу (П.4) имеем $b''_i(q_i) = \lambda'(q_i)$. Производную $\lambda'(q_i)$ можно найти дифференцированием по q_i тождества

$$\sum_j q_{ij}(\lambda) \equiv q_i. \quad (\text{П.5})$$

В итоге получаем

$$1 \equiv \left(\sum_j q'_{ij}(\lambda) \right) \lambda'(q_i). \quad (\text{II.6})$$

Поскольку производные от $q_{ij}(\lambda)$ неположительны, производная от их суммы тоже неположительна. Значит, и $\lambda'(q_i) \leq 0$. Как результат, имеем вогнутость функции $b_i(q_i)$.

Ограниченностъ функции b_i есть следствие ограниченности функций b_{ij} и конечности числа агентов. Теорема 1 доказана.

Интерпретация вышеизложенного доказательства такова. Функция $b_i(q_i)$ «стартует из нуля» со скоростью, равной максимальной из производных в нуле от функций b_{ij} , фактически совпадая до поры до времени с одной из них, наиболее круто «стартующей из нуля». По мере роста q_i в сумму, образующую b_i , входит все большее число слагаемых, что соответствует «включению в круг обслуживаемых» производителей со все худшими и худшими производственными возможностями (или со все уменьшающейся отдачей на незаконный ресурс). В некоторый момент наступает насыщение, связанное с ограниченностью суммарного денежного запаса производителей.

B. Доказательство теоремы 5

Для доказательства теоремы выпишем цепочку равенств и неравенств с использованием знаменитого неравенства Йенсена, сформулированного для выпуклых функций. Напомним его.

Если f — выпуклая функция, то для любого множества интегрирования A справедливо неравенство

$$\int_A f(\theta) d\theta \geq f\left(\int_A \theta d\theta\right). \quad (\text{II.7})$$

Учитывая (3.9), (3.15), (II.7), (2.23) и второе условие теоремы 5, можно записать

$$\begin{aligned} \Psi(q_{\text{cp}}^*) - q_{\text{cp}}^* &= \int (q(\alpha, \theta, q_{\text{cp}}) - q^*(\theta)) dF(\theta) = \int \Delta q(\alpha, \theta) dF(\theta) \geq \\ &\geq \Delta q\left(\alpha, \int \theta dF(\theta)\right) = \Delta q(\alpha, \theta_{\text{cp}}) \geq 0, \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

что и требовалось доказать.

Важность теоремы 5 заключается в том, что ее условия выражены в терминах, инвариантных относительно смены равновесия. В то же время приходится накладывать дополнительное требование на выбор среднестатистического агента в исходной ситуации. Покажем, как, жертвуя инвариантностью, можно избавиться от этого требования.

Мы доказали (см. соотношение (2.27)), что выбор агента есть неубывающая функция его типа. Поэтому в регулярном случае можно произвести монотонную замену параметра, при которой типом каждого агента будет его выбор $q^*(\theta)$ в исходном равновесии. Тогда, во-первых, в различных равновесиях параметризация будет различной и, во-вторых, плотность распределения $f(\theta) = F'(\theta)$ агентов по типам окажется, вообще говоря, неравномерной (и зависящей от выбора конкретного равновесия). Однако если при этом мы убедимся в выпуклости функции прироста коррумпированности как функции от q^* относительно данной плотности $F'(q^*)$ ², то утверждение теоремы 5 останется в силе, ибо его проверка опять-таки сведется к неравенству Йенсена. Суммируем сказанное в форме следующей теоремы.

Теорема 1. *Если прирост коррумпированности $\Delta q(\alpha, q^*)$ есть выпуклая функция от q^* относительно плотности распределения $F'(q^*)$ агентов по переменной q^* , то средний уровень коррупции расчет с ростом параметра α .*

²Мы не вдаемся в математические тонкости этого понятия, в частности не приводим его строгого определения, всецело полагаясь на интуитивное понимание.

БЛАГОДАРНОСТИ

В заключение пользуясь случаем выразить свою глубочайшую признательность профессору Ричарду Эриксону за неустанное внимание к настоящему проекту на всех стадиях исследования — без его направляющей руки проект, несомненно, не был бы завершен. Хочу поблагодарить моего научного руководителя, профессора В.М. Полтеровича за многочисленные критические замечания и плодотворные обсуждения, оказавшие значительное влияние на окончательный текст этой работы.

На разных этапах я получал много различных советов и комментариев от участников семинаров и экспертов Российской программы экономических исследований, беседовал на близкие темы со многими из них. Всем им я выражаю свою благодарность за внимание и интерес. Особо хотелось бы отметить оппонента А. Хуторецкого (Новосибирск), тщательно прочитавшего текст финального отчета по проекту и сделавшего ряд ценных замечаний.

Работа частично осуществлялась в рамках программы GET (Government in Economies in Transition) «Институциональные изменения и ловушки в переходных экономиках», осуществленной Российской экономической школой в 1998/1999 учебном году под руководством В.М. Полтеровича и Л.И. Пилищук. Пользуюсь возможностью выразить свою благодарность организаторам GET-программы, а также всем участникам нашего научного семинара.

И, разумеется, огромное спасибо родственникам и друзьям за постоянную моральную поддержку в течение всего времени работы над проектом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Acemoglu D., Verdier T. *The Choice Between Market Failures and Corruption*, Aug. 1997 (to be published).
- Bardhan P. *Corruption and Development: A Review of Issues* //Journal of Economic Literature, Vol. XXXV (Sept), 1320–1346 (1997).
- Basu S., Li D. *Corruption in Transition*, revised, May 1998 (to be published).
- Becker G. *Crime and Punishment: An Economic Approach* //Journal of Political Economy, Vol. 76 (March–Apr.), 169–217 (1968).
- Biccieri C., Rovelli C. *Evolution and Revolution* //Rationality and Society, Vol. 7 (2), 201–224 (1995).
- Chander P., Wilde L. *Corruption in Tax Administration* //Journal of Public Economics, Vol. 49, 333–349 (1992).
- Ericson R. *On An Allocative Role of the Soviet Second Economy* //Marxism, Central Planning, and The Soviet Economy (Ed. P. Desai). Cambridge (MA): MIT Press, 1983.
- Glaser A. *On the Incentives to Establish and Play Political Rent-Seeking Games* //Public Choice, Vol. 75, 139–148 (1993).
- Guriev S. *Bribing Thy Boss's Boss: A Model of Top-Level Corruption* //New Economic School and Russian European Center for Economic Policy, Nov. 1998.
- Lui F. *A Dynamic Model of Corruption Deterrence* //Journal of Public Economics, Vol. 31, 215–236 (1986).
- Mas-Colell A., Whinston M., Green J. *Microeconomic Theory*. Oxford Univ. Press, 1995.
- Polishchuk L., Savvateev A. *Spontaneous Emergence of Property Rights: A Critical Analysis*. Paper presented at the Conf. «Transforming Government in Transition Economies». Moscow: New Economic School, Sept. 1997.
- Polterovich V. *Corruption And The Tax Policy*. Moscow: CEMI, Febr. 1998 (unpublished).
- Rose-Ackerman S. *The Economics of Corruption* //Journal of Public Economics, Vol. 4 (Febr.), 187–203 (1975).
- Rose-Ackerman S. *Corruption: A Study in Political Economy*. New York: Academic Press, Inc., 1978.
- Sah R. *Social Osmosis and Patterns of Crime* //Journal of Political Economy, Vol. 99 (6), 1272–1295 (1991).
- Sanchez I., Sobel J. *Hierarchical Design and Enforcement of Income Tax Policies* //Journal of Public Economics, Vol. 50, 345–369 (1993).
- Savvateev A. *Production and Rent-Seeking Behavior*. Working Paper BSP/98/001, NES, CEMI, 1998.

- Shleifer A., Vishny R. *Corruption* //Quarterly Journal of Economics, Aug., 519–617 (1993).
- Skaperdas S. *Contest Success Functions* //Economic Theory, Vol. 7, 283–290 (1996).
- Tirole J. *A Theory of Collective Reputations with Applications to the Persistence of Corruption and to Firm Quality*. Institut d'Economie Industrielle. Toulouse: MIT and Ceras, Paris.
- Tullock G. *Efficient Rent-Seeking: In Toward a Theory of the Rent-Seeking Society* (Eds J.M. Buchanan, R.D. Tollison, G. Tullock). College Station, Texas: AM Univ. Press, 1980.
- Wei Sh.-J. *Why Is Corruption So Much More Taxing Than Tax? Arbitrariness Kills*. NBER Working Paper Series, Working Paper No 6255, Nov. 1997.
- Васин А.А., Панова Е.И. *Собираемость налогов и коррупция в налоговых органах*. М: РПЭИ, 2000.
- Полтерович В.М. *Факторы коррупции* //Экономика и математические методы, Т. 34, №3 (1998).
- Сатаров Г.А., Левин М.И., Цирик М.Л. *Россия и коррупция: Кто кого?* //Российская газета, 19 февр. 1998.